

ECG waveform detection based on Modified Iterative UFIR algorithm

Detección de Ondas ECG basada en el Algoritmo Iterativo UFIR modificado.

Roberto Olivera-Reyna¹, Claudia Rivera-Romero¹, Jorge Muñoz-Minjares^{*1}, Carlos Lastre-Domínguez²,
and Misael López-Ramírez³

¹ Universidad Autónoma de Zacatecas (UAZ), Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica,
"Campus Jalpa", Jalpa, Zac., México, 99601.

{roliverar, c.a.riveraromero, ju.munoz}@uaz.edu.mx

² Universidad Anahuac Oaxaca, Escuela de Ingenierías
San Raymundo Jalpan, Oaxaca, 71248., México.

carlos.lastre@anahuac.mx

³ Universidad de Guanajuato, Departamento de Estudios Multidisciplinarios, División de Ingeniería,
Yuriria, Guanajuato, 38944, México.

m.lopezramirez87@gmail.com

Abstract

Electrocardiogram (ECG) feature extraction methods are critical because these provide vital information about the heart. However, different factors during signal acquisition can hinder the extraction of essential ECG features. The Iterative Unbiased Finite Impulse Response (I-UFIR) algorithm has been implemented to process the main waves of the ECG signal. Although, in this method a manual parameter tuning is required for intervals to obtain good results. In this work, the algorithm I-UFIR is developed and implemented by using an automatic parameter tuning with the aim to avoid the morphological alteration of the characteristic waves of the ECG. The proposed process shows an error reduction compared with the traditional I-UFIR. This statement is based on the mean square error metric (*mse*) and the ECG measurements of a free repository of ECG data.

Keywords— ECG, I-UFIR, QRS wave, Automatic tuning

Resumen

Los métodos para extracción características del electrocardiograma (ECG) son fundamentales debido a que proveen información vital

acerca del corazón. Sin embargo, diferentes factores durante la adquisición de la señal pueden dificultar la extracción de características esenciales del ECG. El algoritmo Iterativo sin Sesgo de Respuesta Finita al Impulso (I-UFIR) se ha implementado para procesar las ondas principales que componen la señal ECG. Aunque, en este método una sintonización manual de parámetros es requerida por intervalos para obtener buenos resultados. En este trabajo, es desarrollado e implementado el algoritmo I-UFIR usando una sintonización automática de parámetros con el objetivo de evitar la alteración morfológica de las ondas características del ECG. El proceso propuesto muestra una reducción de error comparada con el tradicional I-UFIR. Esta declaración esta basada en el error medio cuadrático y las mediciones de un repositorio gratuito de datos ECG.

Palabras clave— ECG, I-UFIR, Onda QRS, Horizonte Híbrido Automático

I. Introducción

La señal de electrocardiografía (ECG) proporciona información esencial acerca de diferentes enfermedades asociadas con el corazón. Esto debido a que la señal ECG es una medición de la conmovión eléctrica

* Autor de correspondencia

que es generada por la despolarización y re-polarización de la aurícula y los ventrículos. Durante décadas se han desarrollado diferentes estrategias con el fin de investigar señales ECG para extraer patrones con alta precisión y eficiencia [1, 2]. Diferentes algoritmos han sido diseñados para analizar características del corazón, variabilidades del ritmo cardíaco, reducción del ruido basado en el comportamiento de algunas características asociadas al comportamiento atrial del corazón [3, 4]. La señal ECG está compuesta por características morfológicas: onda P, complejo QRS y onda T las cuales son esenciales para el estudio de las señales ECG. La mayoría de la información clínica útil en el ECG es originada en los intervalos y amplitudes de las ondas P-QRS-T [5]. Estas características también han sido estudiadas utilizando métodos apropiados para reducción de ruido y extracción de patrones para señales ECG [6, 7].

Por otro lado, existen métodos basados en la transformada de Fourier, que consideran a las señales ECG como señales estacionarias [1]. Sin embargo, se ignora la resolución del tiempo. Por tanto, la transformada wavelet brinda un compromiso entre la frecuencia y el tiempo [8]. Aun así, se requiere de buscar la función wavelet madre adecuada para señales ECG, lo cual es un procedimiento que conlleva tiempo. Otros métodos basados en descomposición de modo empírico (EMD) y transformadas, tales como Hilbert y Hadamard pueden también ser considerado para el estudio de las señales ECG [9, 10]. Para mejorar la precisión de la extracción y clasificación de patrones asociados con la señal ECG, algunos trabajos utilizan también métodos de aprendizaje automático e inteligencia artificial [11]. Generalmente, se requiere un estudio riguroso para la extracción de características en señales ECG debido al desconocimiento del ruido asociado a estas señales y a su naturaleza no estacionaria [12]. Por lo tanto, la aplicación de un método basado en suavización óptima a señales electrocardiográficas puede obtener resultados importantes. Incluso, trabajos tales como [13, 14] han producido resultados interesantes, los cuales han sido basados en suavizadores Sin Sesgo de Respuesta Finita al Impulso (UFIR). Esto conlleva a profundizar en la robustez del método, proponiendo una nueva estrategia para encontrar de manera automática el horizonte apropiado por intervalos en cada una de las características morfológicas del ECG. Por consiguiente, se propone un método de suavización de señales ECG basado en el algoritmo UFIR con un horizonte híbrido basado en la detección previa de los índices de inicio y fin de los complejos QRS.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera. La sección II se describe las características morfológicas de la señal ECG. En la sección III, se describe detalladamente el algoritmo UFIR con horizonte híbrido. En la sección IV y V, se realiza un análisis de los y finalmente

las conclusiones, respectivamente.

II. Señal de Electrocardiografía

El electrocardiograma es una de las señales eléctricas más importantes del ser humano que proporciona información adicional para el diagnóstico de alguna valoración médica. Durante cada ciclo cardíaco en un ECG normal, el cual se muestra en la figura 1, se pueden encontrar tres deflexiones principales, [15]:

- La onda P es causada por la onda de despolarización que se extiende por ambas aurículas.
- Cuando la onda de despolarización alcanza los ventrículos el complejo QRS aparece.
- Continúa un periodo de inactividad eléctrica durante el cual se graba el segmento ST.
- Finalmente, el musculo ventricular se recarga lentamente en preparación para el siguiente latido del corazón y esta repolarización de los ventrículos aparece como la onda T.

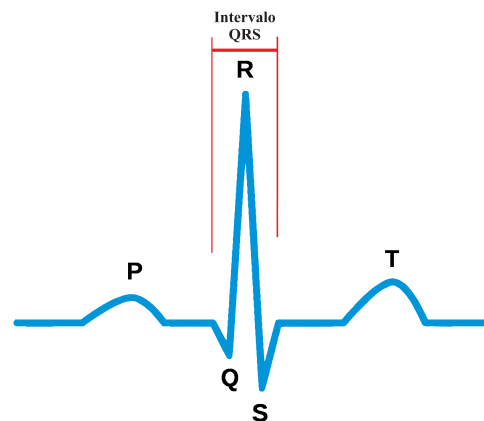


Figura 1: Características morfológicas de la señal ECG: Onda P, complejo QRS y onda T

II.1. Definición del Problema

Las señales ECG presentan cambios repentinos de amplitud cuando se presenta el complejo PQRST de la señal ECG, especialmente durante el intervalo QRS. Por esta razón, algunos suavizadores, tales como el suavizador UFIR, presentan un mayor error de estimación durante este intervalo. Este tipo de errores pueden causar inexactitudes al intentar extraer características importantes del ECG. Este problema fue abordado previamente en [14] y se propuso una solución manual para identificar los índices de inicio y fin del intervalo QRS y posteriormente se modificó el horizonte o ventana al mínimo durante este periodo. Sin embargo, el análisis manual para establecer el horizonte N de cada uno de los complejos de

diferentes señales, puede ser una tarea agobiante. Por esta razón, se propone una estrategia automática para encontrar los horizontes adecuados e identificar los índices de los complejos QRS.

III. Algoritmo FIR sin Sesgo con Horizonte Híbrido

III.1. Modelado en Espacio de Estados

La adquisición de la señal ECG puede ser representada bajo un modelo en el espacio de estado discreto mediante las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}w_k, \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + v_k, \quad (2)$$

donde $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^K$ es el vector de estado del sistema en tiempo discreto con el índice k y \mathbf{A} es la matriz de estado de transición, la cual es utilizada para proyectar el estado previo x_{k-1} a x_k . Aquí, \mathbf{B} es la matriz de ruido. El vector de medición es $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^M$ y $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{M \times K}$ es la matriz de observación, la cual mapea \mathbf{x}_k dentro de \mathbf{y}_k [16, 17]. El ruido del proceso w_k es considerado como blanco gaussiano con media cero $w_k \sim \mathcal{N}(0, Q_k) \in \mathbb{R}^P$, con covarianza Q_k . El ruido de observación v_k se asume de media cero y blanco gaussiano $v_k \sim \mathcal{N}(0, R_k) \in \mathbb{R}^M$ con covarianza R_k . Los vectores w_k y v_k y el estado inicial son asumidos como incorrelacionados e independientes en cada paso de tiempo.

Basándose en las ecuaciones (1) y (2), el algoritmo del filtro UFIR iterativo puede ser diseñado como a continuación.

III.2. Suavizador Iterativo FIR sin Sesgo

El filtro Iterativo sin Sesgo de Respuesta Finita al Impulso (I-UFIR), es una conversión recursiva del filtro UFIR en formato de bloques, el cual es obtenido mediante dos etapas: predicción y actualización [16, 17]. Este algoritmo no requiere conocimiento previo de las estadísticas del ruido ni los valores iniciales del proceso.

Para el algoritmo I-UFIR la estimación es obtenida iterativamente con una variable auxiliar l comenzando con $l = m + K$ y terminando con $l = k$. El filtro I-UFIR trabaja con un número N de mediciones sobre un horizonte $[m, k]$ desde $[m = k - N + 1]$ hasta k . Por esto, el parámetro N es comúnmente llamado horizonte o ventana. El algoritmo I-UFIR requiere de la estimación del estado previo

$$\hat{\mathbf{x}}_l^- = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{l-1} \quad (3)$$

para el estado pasado conocido $\hat{\mathbf{x}}_{l-1}$ y así no contemplar el error de covarianza previo. Para la etapa de ac-

tualización, el algoritmo UFIR recalcula la ganancia generalizada de potencia del ruido (GNPG, por sus siglas en inglés) \mathbf{G}_l como:

$$\mathbf{G}_l = [\mathbf{C}^T\mathbf{C} + (\mathbf{A}\mathbf{G}_{l-1}\mathbf{A}^T)^{-1}]^{-1}, \quad (4)$$

tal ecuación se deriva de $\mathbf{G}_l = (\mathbf{W}_{m,l}^T \mathbf{W}_{m,l})^{-1}$ donde $\mathbf{W}_{m,l}$ es la ganancia del filtro UFIR [16].

Los residuos de las mediciones pueden ser definidos como

$$z_l = y_l - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_l^-, \quad (5)$$

la corrección de la ganancia de sesgo

$$\mathbf{K}_l = \mathbf{G}_l\mathbf{C}^T \quad (6)$$

y el estado estimado

$$\hat{\mathbf{x}}_l = \hat{\mathbf{x}}_l^- + \mathbf{K}_l z_l. \quad (7)$$

Una vez obtenida la estimación $\hat{\mathbf{x}}_l$, el suavizado de la estimación es calculado por una simple proyección sobre el intervalo $l - q$ por la matriz del sistema como

$$\hat{\mathbf{x}}_{l-q} = \mathbf{A}^{-q}\hat{\mathbf{x}}_l. \quad (8)$$

Siguiendo las recomendaciones en [14], para este filtro se selecciona $l = 2$ y especificamos $p = -q$ como:

$$p = \frac{-(N-1)}{2} \quad (9)$$

Un pseudo-código del algoritmo iterativo de suavizado UFIR propuesto por [16] se presenta en Algoritmo 1, con una variación en los datos de entrada y en la línea 14, la cual será detallada posteriormente.

Algoritmo 1 Algoritmo de Suavizado Iterativo

Data: y_k, N, q, UB, LB

Result: $\hat{\mathbf{x}}_k$

1: **Begin :**

2: **for** $k = N - 1, N, \dots$ **do**

3: $m = k - N + 1, s = k - N + K$

4: $\mathbf{G}_s = (\mathbf{W}_{m,s}^T \mathbf{W}_{m,s})^{-1}$

5: $\tilde{\mathbf{x}}_s = \mathbf{G}_s \mathbf{W}_{m,s}^T \mathbf{Y}_{m,s}$

6: **for** $l = s + 1$ to k **do**

7: $\tilde{\mathbf{x}}_l^- = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}_{l-1}$ ec. (3)

8: $\mathbf{G}_l = [\mathbf{C}^T\mathbf{C} + (\mathbf{A}\mathbf{G}_{l-1}\mathbf{A}^T)^{-1}]^{-1}$ ec. (4)

9: $\mathbf{K}_l = \mathbf{G}_l\mathbf{C}^T$ ec. (6)

10: $\tilde{\mathbf{x}}_l = \tilde{\mathbf{x}}_l^- + \mathbf{K}_l(y_l - \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}_l^-)$ ec. (7)

11: **end for**

12: $\hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k$

13: $\hat{\mathbf{x}}_{k-q} = \mathbf{A}^{-q}\hat{\mathbf{x}}_k$ ec. (8)

14: $\mathbf{I} = \text{idxs}(UB, LB, \hat{\mathbf{x}}_{(2,k-q)}, k - q)$ ec. (Alg. 2)

15: **end for**

III.3. Cálculo de Umbrales

El cálculo de los umbrales a partir de la derivada de la señal ECG, es fundamental para determinar el inicio y fin del intervalo QRS de una señal ECG usando la información del segundo estado de la estimación I-UFIR. En la figura 2, se muestran las etapas de procesamiento y las ecuaciones utilizadas para calcular los umbrales que auxiliarán en la detección de los índices de los intervalos QRS. En la primera etapa “Estimación de Línea Base”, se calcula la señal de baja frecuencia b_k que distorsiona por lapsos la amplitud de la señal ECG. Para esto se utiliza un polinomio de grado $S = 6$ con el mejor ajuste en el sentido de mínimos cuadrados. Posteriormente, se le sustrae la línea base b_k a la señal ECG y_k y se obtiene su derivada y'_k .

Los umbrales UB y LB son calculados sumando a la media de la señal derivada $\mu(y'_k)$ mas/menos 0.68 veces la desviación estándar de la misma $\pm 0.68\sigma(y'_k)$, respectivamente. La constante 0.68 representa aproximadamente el 50% de probabilidad de la puntuación estándar para discriminar los puntos atípicos.

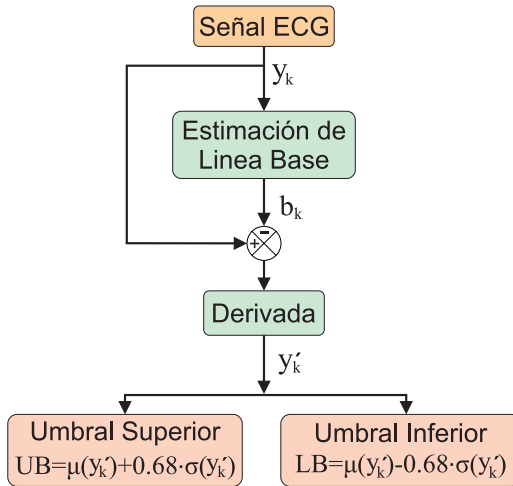


Figura 2: Cálculo de umbrales para aproximar el intervalo QRS

III.4. Índices del intervalo QRS

Basándose en el cálculo de umbrales de la sección III.3, es posible aproximar los índices de inicio y término del intervalo QRS de acuerdo con la información proporcionada por el segundo estado de la estimación I-UFIR. En el pseudocódigo mostrado en Algoritmo 2, se aprecia como se almacenan los índices del intervalo QRS, línea 4 y línea 11, en la matriz I de dimensiones $2 \times i$. La condición de la línea 3 indica que $\hat{x}_{2,k-q}$ ha superado el umbral superior UB . Mientras tanto, las condiciones de las líneas 7 y 10 sugieren que $\hat{x}_{2,k-q}$ es menor al límite inferior LB y espera a que el segundo estado sea mayor al mismo

umbral para guardar el índice de término $I_{2,i}$.

Algoritmo 2 Algoritmo para aproximar los índices del intervalo QRS

Data: a, b, v, j

Result: I

```

1: Begin :
2:  $f_1 = 0, f_2 = 0, f_3 = 0, i = 0$ 
3: if  $(v_j > a) \&\& (f_1 == 0)$  then
4:    $I_{1,i} = j$ 
5:    $i = i + 1;$ 
6: end if
7: if  $(v_j > b) \&\& (f_2 == 0)$  then
8:    $f_3 = 1$ 
9: end if
10: if  $(v_j > b) \&\& (f_3 == 1)$  then
11:    $I_{2,i} = j$ 
12:    $f_2 = 1, f_3 = 0$ 
13: end if
14: if  $(v_j > b) \&\& (f_2 == 1)$  then
15:    $f_2 = 0$ 
16: end if
  
```

Finalmente, una vez calculados los índices de los intervalos QRS, se puede aplicar el Algoritmo 1 en los intervalos $I_{1,i} - I_{2,i}$ con una ventana mínima $N = 5$ y $l = 2$ para fortalecer la amplitud de los picos R.

La implementación de los algoritmos propuestos en este trabajo pueden ser implementados en hardware dados los avances de la implementación digital [18]. Pero algunas cuestiones necesitan ser especificadas. Cabe mencionar que la implementación de los algoritmos UFIR por lotes en hardware es factible pero es inapropiado para aplicaciones en tiempo real. Además, pero el tiempo de computo se incrementa de manera considerable cuando $N \gg 1$ [19]. Por ello, se propone utilizar el algoritmo Iterativo para un procesamiento rápido. Este algoritmo es similar en procesamiento al filtro de Kalman, debido a que ambos utilizan recursiones. Sin embargo, el algoritmo I-UFIR opera N veces más lento que el filtro Kalman, pero puede proporcionar una mayor exactitud en la estimación.

IV. Resultados

La metodología propuesta se aplicó a señales ECG de la base de datos arritmia MIT-BIH [20]. Estas señales fueron digitalizadas a 360 muestras por segundo por canal con una resolución de 11-bit en un rango de 10 mV. Las mediciones realizadas en [20] fueron analizadas por cardiólogos experimentados para su análisis y ha estado disponible gratuitamente desde 1999.

Las pruebas fueron realizadas utilizados en una computadora con un procesador Intel Core i5 @ 1.6 GHz CPU,

4.00 GB @ 1600 MHz RAM, usando la plataforma Matlab R2018a.

IV.1. Corrección de Línea Base

La primera etapa del procesamiento de este trabajo se basa en la estimación de la línea base del ECG. Para realizar esta estimación se utilizó un polinomio de grado 6 tomando como referencia el mejor ajuste en el sentido de mínimos cuadrados. En la Figura 3 se muestra la línea base identificada b_k de la muestra mitdb106 con una línea sólida. Aquí, también se puede observar la señal original y_k y la señal rectificadora $y_k - b_k$. Mediante este procedimiento se pueden obtener una amplitud más uniforme de los picos R.

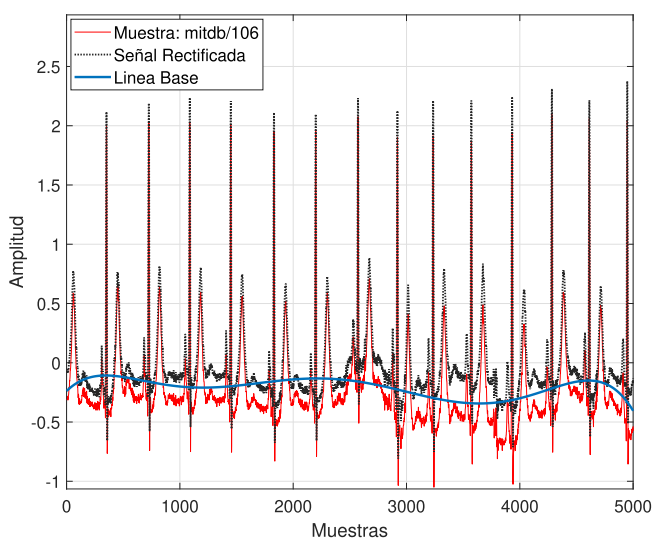


Figura 3: Línea base estimada.

IV.2. Suavizado híbrido

Una vez corregida la señal eliminando la línea base, se procede a identificar los índices de los intervalos QRS y se aplica el filtro UFIR con horizontes configurables. En la Figura 4a se aprecia la señal original y_k de la muestra mitdb106 del MIT-BIH. Enseguida, en la Figura 4b se puede observar la derivada de la señal original y'_k . Al aplicar el filtro UFIR con $N = 21$ los picos R de la señal pueden reducir su amplitud como se puede apreciar en la Figura 4c. De este proceso se obtienen la estimación \hat{x}_k , donde se puede encontrar los datos del segundo estado de la estimación $\hat{x}_{2,k}$, como se puede observar en a Figura 4d. En la misma figura, se han graficado los umbrales UB y LB para determinar los índices de inicio y fin de los ciclos QRS.

La localización de los índices del complejo QRS permite repetir el proceso de suavizado por intervalos en la señal ECG permitiendo cambiar el horizonte al mínimo y

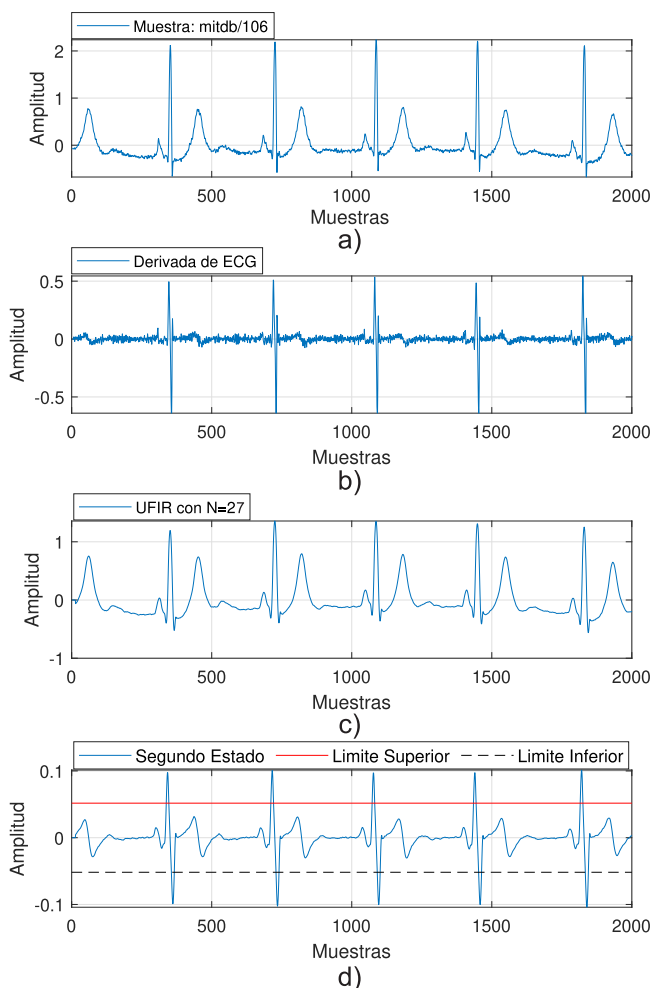


Figura 4: Umbrales superior e inferior.

no alterar la amplitud de los picos R. El resultado de esta técnica se puede examinar en la Figura 5. En esta figura, el suavizado UFIR utilizando un horizonte $N = 27$, la muestra ECG y el suavizado híbrido UFIR se representan con una línea punteada, con puntos y con una línea sólida, respectivamente. Al aplicar el suavizador UFIR de manera híbrida, los picos R mantienen su amplitud durante el inicio y fin del mismo. Mientras, el resto de la señal es suavizada con un umbral mayor para atenuar el ruido inmerso en la señal. La mejora de la estimación de la señal se puede medir mediante el error medio cuadrático, donde el suavizado UFIR obtuvo un error de 0.0244 y el filtro UFIR híbrido un error de 0.0010. En la tabla 1, se muestran los errores de algunas muestras seleccionadas de la base de datos MIT-BIH.

IV.2.1. Detección de Picos R

Una de las ventajas de obtener los índices del complejo QRS es que es posible detectar los picos R del mismo al

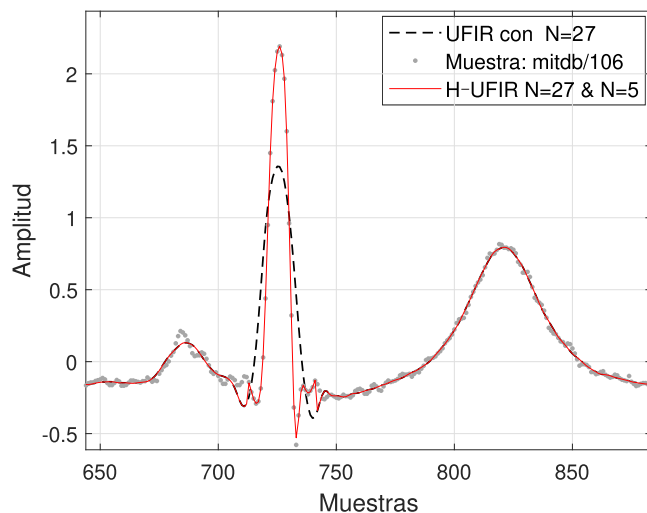


Figura 5: Suavizado Híbrido.

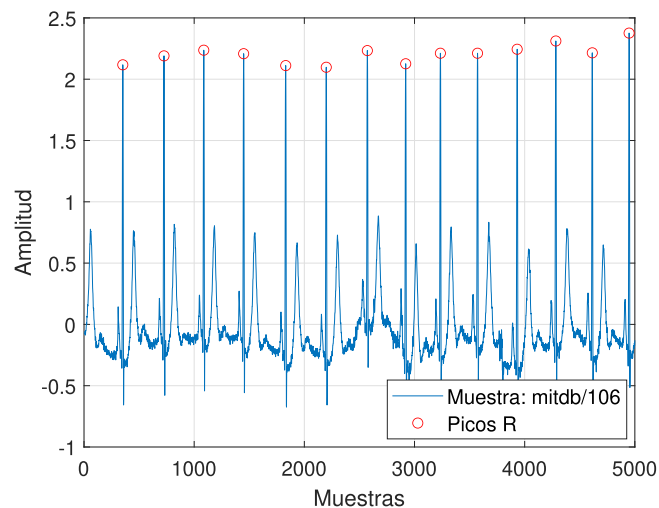


Figura 6: Picos R detectados.

Tabla 1: Error medio cuadrático (mse) de la estimación UFIR y H-UFIR comparado con diferentes muestras del MIT-BIH.

mitdb	mse UFIR	mse H-UFIR
100	0.0089	2.9127e-04
101	0.0084	3.2205e-04
103	0.0200	5.7420e-04
105	0.0024	2.8489e-04
106	0.0244	0.0010
109	0.0011	4.3495e-04
111	0.0024	3.8469e-04
112	0.0030	2.4419e-04
113	0.0247	6.6399e-04
115	0.0283	0.0015

encontrar el punto máximo del intervalo. La ubicación de estos puntos es fundamental para calcular el ritmo cardíaco del paciente. En la Figura 6, se muestra la ubicación de los picos R de la muestra mitdb106. Este proceso puede complicarse cuando las señales ECG son alteradas con una línea base que modifique la amplitud de las características morfológicas de la señal ECG particularmente el complejo QRS.

V. Conclusiones

La aproximación de la línea base utilizando un polinomio de grado $S = 6$ mejoró la señal ECG para facilitar el post-procesamiento de la misma. Posteriormente, se mostró como los picos R son atenuados en amplitud cuando se aplica el suavizador UFIR con un horizonte $N = 27$. Con base en este comportamiento se propuso y aplicó un horizonte híbrido para disminuir los errores de estimación. Primero, se logró identificar los índices de los complejos

QRS utilizando la información del segundo estado del suavizador UFIR y las variables de media y desviación estándar de la derivada del ECG. Segundo, se aplicó el suavizador UFIR en los intervalos de los complejos QRS con una ventana mínima $N = 5$ para evitar la reducción en amplitud de los picos R. Mediante los índices QRS, también se logró identificar los picos R mediante una operación básica. Finalmente, se demostró como puede disminuir el error medio cuadrático de la señal suavizada cuando se utiliza la estrategia de un horizonte óptimo.

Referencias

- [1] Varun Gupta y col. «A critical review of feature extraction techniques for ECG signal analysis». En: *Journal of The Institution of Engineers (India): Series B* 102.5 (2021), págs. 1049-1060.
- [2] Sachin Singh. «Pattern analysis of different ECG signal using Pan-Tompkin's algorithm 1». En: (2010).
- [3] Daniel R Frisch y col. «Algorithm for cavo-tricuspid isthmus flutter on surface ECGs: the ACTIONS study». En: *Open Heart* 8.1 (2021), e001431.
- [4] Itzhak Zachi Attia y col. «External validation of a deep learning electrocardiogram algorithm to detect ventricular dysfunction». En: *International journal of cardiology* 329 (2021), págs. 130-135.
- [5] SZ Mahmoodabadi, Alireza Ahmadian y MD Abolhasani. «ECG feature extraction using Daubechies wavelets». En: *Proceedings of the fifth IASTED International conference on Visualization, Imaging and Image Processing*. 2005, págs. 343-348.

- [6] Atul Kumar Dwivedi y col. «Noise reduction in ECG signal using combined ensemble empirical mode decomposition method with stationary wavelet transform». En: *Circuits, Systems, and Signal Processing* 40.2 (2021), págs. 827-844.
- [7] LV Rajani Kumari, Y Padma Sai y N Balaji. «R-peak identification in ECG signals using pattern-adapted wavelet technique». En: *IETE Journal of Research* (2021), págs. 1-10.
- [8] Paul S Addison. «Wavelet transforms and the ECG: a review». En: *Physiological measurement* 26.5 (2005), R155.
- [9] Hongqiang Li y col. «Denoising and R-peak detection of electrocardiogram signal based on EMD and improved approximate envelope». En: *Circuits, Systems, and Signal Processing* 33.4 (2014), págs. 1261-1276.
- [10] Yongjun Deng y col. «Boundary-processing-technique in EMD method and Hilbert transform». En: *Chinese Science Bulletin* 46.11 (2001), págs. 954-960.
- [11] Konstantinos C Siontis y col. «Artificial intelligence-enhanced electrocardiography in cardiovascular disease management». En: *Nature Reviews Cardiology* 18.7 (2021), págs. 465-478.
- [12] Nataliya Tulyakova y Oleksandr Trofymchuk. «Real-time filtering adaptive algorithms for non-stationary noise in electrocardiograms». En: *Biomedical Signal Processing and Control* 72 (2022), pág. 103308.
- [13] Carlos Lastre-Dominguez y col. «Denoising and features extraction of ECG signals in state space using unbiased FIR smoothing». En: *IEEE Access* 7 (2019), págs. 152166-152178.
- [14] Carlos Lastre-Domínguez y col. «ECG signal denoising and features extraction using unbiased FIR smoothing». En: *BioMed research international* 2019 (2019).
- [15] James S Fleming. *Interpreting the electrocardiogram*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [16] Yuriy S Shmaliy, Shunyi Zhao y Choon Ki Ahn. «Unbiased finite impulse response filtering: An iterative alternative to Kalman filtering ignoring noise and initial conditions». En: *IEEE Control Systems Magazine* 37.5 (2017), págs. 70-89.
- [17] Yuriy S Shmaliy, Sanowar Khan y Shunyi Zhao. «Ultimate iterative UFIR filtering algorithm». En: *Measurement* 92 (2016), págs. 236-242.
- [18] Rodrigo Mendez Ramirez y col. «Degradation Analysis of Chaotic Systems and their Digital Implementation in Embedded Systems». En: *Complexity* 2019 (2019).
- [19] SS Yuriy, N Yrjö y K Sanowar. «Review of unbiased FIR filters, smoothers, and predictors for polynomial signals». En: *Frontiers in Signal Processing* 2.1 (2018).
- [20] George B Moody y Roger G Mark. «The impact of the MIT-BIH arrhythmia database». En: *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine* 20.3 (2001), págs. 45-50.