

Algoritmo de identificación Steiglitz-McBride en ruido electroquímico

G. Miramontes-De León, C. Sifuentes-Gallardo, I. De la Rosa-Vargas
A. Moreno-Báez, E. García-Domínguez

Universidad Autónoma de Zacatecas, Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica.
Av. López Velarde 801, Col. Centro, Zacatecas, Zac., México, 98000.
clausifuen@yahoo.com.mx

2016 Publicado por *DIFU*_{100ci}@ <http://difu100cia.uaz.edu.mx>

Resumen

Se presenta una breve introducción al problema de la identificación de sistemas. Un algoritmo iterativo muy interesante es el algoritmo Steiglitz-McBride, el cual se explica paso a paso utilizando, en este trabajo, el enfoque en el dominio de tiempo discreto, ya que por lo general los datos experimentales se obtienen por el muestreo de señales en tiempo continuo. Como ejemplo de su aplicación se presenta la identificación de un sistema electroquímico, el cual es modelado como un sistema lineal invariante en el tiempo con dos señales que, se supone, actúan como entrada y salida. Cabe hacer la aclaración que el trabajo se centra en el algoritmo de identificación y no en el estudio de procesos de corrosión. La comparación de los resultados numéricos nos indica que hay una buena aproximación entre el método de identificación y los métodos que utilizan técnicas de estimación espectral.

Palabras clave: Identificación de sistemas, Steiglitz-McBride, Ruido electroquímico

1. Introducción

DENTRO de los denominados problemas inversos existen dos importantes áreas de estudio: la deconvolución de señales y la identificación de sistemas. La deconvolución, restauración, o estimación de señales considera como principio que se tiene acceso a una señal de observación $y(t)$. Esta señal resulta del paso de una señal $x(t)$ a través de un proceso o sistema. El problema que se plantea es el siguiente: ¿Es $y(t)$ una representación fiel de la señal $x(t)$, o sufrió

distorsión después de pasar por el sistema? En la mayoría de los casos, la respuesta es que la señal sufrió distorsión pues los sistemas están acotados en ancho de banda, y por lo tanto, suelen atenuar frecuencias de la señal original que se encuentran por encima de la frecuencia de corte del sistema (e.g. instrumentos de medición, transmisores, receptores, sensores, etc.). Además, en la práctica es usual que se presente ruido de medición, $n(t)$, el cual se debe a errores por cuantización, ruido ambiental, etc. que también contamina a la señal. En su forma clásica, la deconvolución se

realiza conociendo la respuesta al impulso del sistema $g(t)$ y la señal de observación $y(t)$, así como información adicional acerca de cómo es la señal real $x(t)$.

En el caso de la identificación de sistemas, la meta es establecer una función de transferencia que pueda representar a un sistema lineal e invariante en el tiempo. Esto se plantea de tal forma que si se conoce la señal de salida del sistema $y(t)$ y la señal de entrada $x(t)$, es posible entonces establecer o estimar la función del sistema $g(t)$. Desde el punto de vista matemático, ambos problemas inversos planteados son similares y se pueden resolver utilizando la ecuación integral de Fredholm de primera especie.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t, \lambda)x(\lambda)d\lambda + n(t). \quad (1)$$

En la literatura se considera que la integral de convolución es un caso particular de la ecuación integral de Fredholm de primera especie. En tal ecuación, el núcleo de la integral puede ser expresado como una función de la forma $g(t, \lambda) = g(t - \lambda)$, esto es:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t - \lambda)x(\lambda)d\lambda + n(t) = g(t) \otimes x(t) + n(t), \quad (2)$$

donde \otimes denota la integral de convolución.

En su forma discreta podemos reescribir la (2) como:

$$y[k] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} g[k-m]x[m] + n[k] = g[k] \otimes x[k] + n[k]. \quad (3)$$

El problema de identificación de sistemas es el tema central en este trabajo, particularmente para presentar una descripción, paso a paso, del algoritmo de identificación Steiglitz-McBride. Además, para llevar a cabo la caracterización de ruido electroquímico, como ejemplo de su aplicación.

El artículo está organizado como sigue, en las Secciones 2 y 3, se da una descripción general del problema de identificación de sistemas. En la Sección 4 se presenta la formulación de algunos criterios y algoritmos de identificación y en la Sección 5 se describe el algoritmo Steiglitz-McBride. En la Sección 6 se introduce la técnica de medición de ruido electroquímico, que se utiliza en el estudio de procesos de corrosión. En esta sección se aclara que dos técnicas ampliamente utilizadas son la resistencia de ruido R_n y la impedancia de ruido Z_n , para después, en la Sección 7 comparar la técnica de impedancia de ruido con la de identificación de sistemas. Finalmente, la Sección 8 concluye con algunos comentarios adicionales.

2. Identificación de sistemas

El problema de identificar un sistema es el de estimar un modelo matemático, basados en la observación de datos. Generalmente los datos son la entrada al sistema y los datos de salida o entregados por el sistema. Esta relación entre el problema de la identificación y el modelado matemático se muestra esquemáticamente en la Fig. 2. Es decir, identificar un sistema no es más que encontrar un modelo matemático para el sistema.

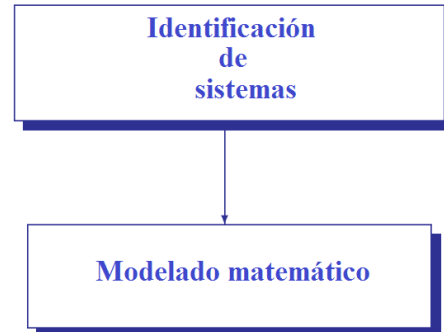


Figura 1. Interrelación entre la identificación y el modelado matemático.

El modelado matemático se puede utilizar (ver Fig. 2) para estudiar (analizar), describir, o controlar algún fenómeno físico, biológico, o social. Así pues, si tenemos un buen modelo matemático de algún fenómeno físico o de un proceso, será más fácil entenderlo, en el caso del análisis de un fenómeno; o de controlarlo en el caso de un proceso.

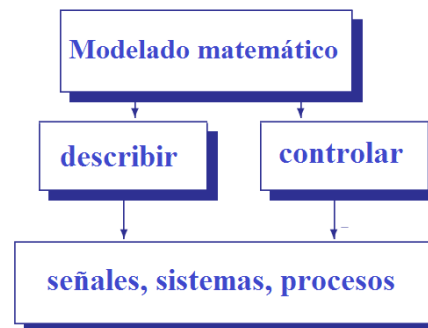


Figura 2. Usos del modelado matemático.

Existen varias formas de describir un sistema y de estimar tales descripciones. La descripción de un sistema se puede hacer en el dominio del tiempo, o en el dominio de la frecuencia. Por ejemplo, en el dominio del tiempo tenemos su respuesta al impulso, y en el dominio de la frecuencia tenemos su función de transferencia. Más aún, la respuesta al impulso puede ser en tiempo continuo $g(t)$ o en tiempo discreto $g[n]$, mientras que la función de transferencia puede ser $G(s)$ para tiempo

continuo, o $G(z)$ para tiempo discreto.

Algunos ejemplos de modelos matemáticos son:

- ecs. algebraicas,
- ecs. diferenciales ordinarias/parciales,
- ecs. en diferencias finitas,
- *funciones de transferencia*,
- *respuesta al impulso*,
- variables de estado.

3. El modelado

De acuerdo a Mendel [1] el problema del modelado se compone de 4 sub-problemas, como se muestra esquemáticamente en la Fig. 3.

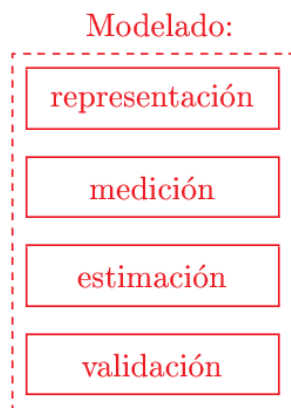


Figura 3. Los cuatro sub-problemas del modelado matemático.

3.1. Representación

Se tienen varias representaciones de un modelo, como se describe en la siguiente lista.

- modelo estático/dinámico,
- lineal/no-lineal,
- determinístico/estocástico,
- continuo/discreto,
- fijo/variable,
- concentrado/distribuido,
- tiempo/frecuencia, etc.

3.2. Medición

Para poder verificar un modelo se deben medir cantidades físicas:

- señales
- parámetros

Los parámetros expresan una relación entre señales, por ejemplo en

$$F(t) = Ma(t)$$

la fuerza F , y la aceleración son *señales*, y M es el *parámetro* de masa.

La medición trae consigo errores, que normalmente se tratan como ruido aditivo y se modelan como un proceso estocástico.

3.3. Estimación

Trata con la determinación de aquellas cantidades físicas que no pueden medirse, a partir de las que sí pueden medirse, por ejemplo

$$M(t) = \sum_{i=1}^L C_i \phi_i(t)$$

indica que la señal $M(t)$ puede expresarse en términos de L parámetros C_1, C_2, \dots, C_L .

La teoría de la estimación es amplísima y se han escrito muchos volúmenes acerca de ella.

Algunas técnicas de estimación son:

- Modelos lineales
 - A.- Estimación de parámetros
 1. determinísticos: weighted-least-squares (WLS), Best-linear-unbiased-estimator (BLUE)
 2. estocásticos: Least-squares (LS), Maximum a posteriori, BLUE, WLS
 - B.- Estimación de estados
 1. predicción por LS
 2. filtro por LS (Kalman/Kalman-Bucy)
- Modelos no-lineales
 - A.- Paramétrico: LS iterativo para parámetros determinísticos.
 - B.- Estados: Filtrado de Kalman extendido (FKE).
 - Combinado: estados/paramétrico (FKE, máxima verosimilitud).

3.4. Validación

Muestra la confianza en el modelo. Con frecuencia se emplean pruebas estadísticas involucrando *límites de confianza*.

La pregunta que cabe hacerse es ¿Todo esto para qué?

Sólo por dar dos ejemplos, supóngase que ocurre un sismo. Quisiéramos saber algo acerca de los sismos como para predecir el comportamiento del terreno en sismos futuros, o el comportamiento de las estructuras bajo la acción de un sismo: Modelado de sistema.

O bien, supóngase que deseamos construir una máquina capaz de hablar. Requerimos de un modelo de producción de voz a partir de la vocalización de algunas palabras: Modelado de señal.

4. Formulación del problema de identificación

Tenemos varias formas para describir un sistema y estimar la descripción. El procedimiento involucra cuatro elementos básicos:

1. Los datos de entrada/salida.
2. Un conjunto de modelos (estructuras) de los cuales escoger.
3. Un criterio para seleccionar un modelo particular del conjunto, basados en la información contenida en los datos.
4. Un algoritmo y criterio para encontrar los valores de los parámetros.

Tenemos básicamente dos métodos para identificación de sistemas (IS):

- Métodos de identificación paramétricos: ARx que en Español significa Autoregresivo con términos exógenos, ARMA que significa Autoregresivo-Promediador deslizante, FIR o Respuesta Impulsional Finita, etc.
- Métodos de identificación no-paramétricos: Corrección, Análisis espectral.

Para un estudio más completo sobre identificación de sistemas puede consultar [2].

La idea básica, como se muestra en la Fig.4, es aplicar una excitación $x(t)$, medir $y(t)$ y $\hat{y}(t)$, estimar los parámetros del modelo, calcular el error y corregir hasta minimizar el error entre $y(t)$ y $\hat{y}(t)$.

A continuación se muestran dos enfoques que permiten encontrar la función del sistema $G(f)$. El primero entrega el módulo de la respuesta en frecuencia $|G(f)|$.

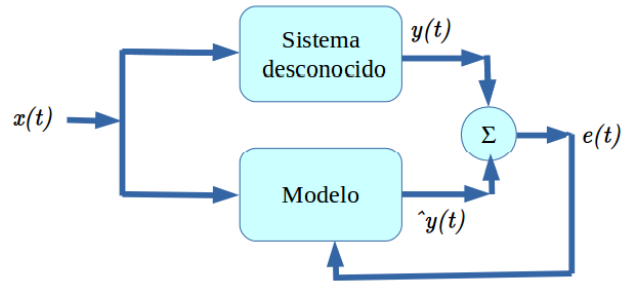


Figura 4. La idea básica.

Este enfoque es muy utilizado en la estimación de la “impedancia de ruido” denotada frecuentemente por Z_n . El segundo enfoque entrega la función compleja $G(f)$ del sistema, es decir, en este enfoque es posible estimar información de magnitud y fase, de modo que es muy útil para otros propósitos, es decir, como la identificación de los parámetros del sistema [3].

4.1. El módulo de la respuesta en frecuencia

Sea el sistema lineal invariante en tiempo continuo (SLIT), como se muestra en la Fig. 5, descrito por:

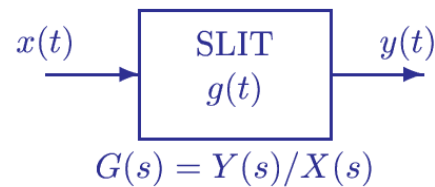


Figura 5. Sistema Lineal Invariante en el Tiempo $g(t)$.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda)x(t - \lambda) d\lambda, y$$

$$y(t + \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda)x(t + \tau - \lambda) d\lambda, \quad (4)$$

donde $x(t)$ es la señal de entrada, $y(t)$ es la salida, y $g(t)$ es la respuesta al impulso del sistema.

La autocorrelación de la salida es:

$$E[y(t + \tau)y^*(t)] = E\left[\int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda)x(t + \tau - \lambda) \int_{-\infty}^{\infty} g^*(\lambda')x^*(t - \lambda') d\lambda' d\lambda\right], \quad (5)$$

donde, E es el operador de esperanza matemática, luego

$$R_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda)g^*(\lambda)R_{xx}(\tau - \lambda) d\lambda. \quad (6)$$

Tomando transformadas de Fourier a ambos lados

$$S_{y,y}(f) = |G(f)|^2 S_{x,x}(f), \quad (7)$$

donde $S_{y,y}$ es la densidad espectral de potencia (DEP) de $y(t)$, S_{xx} es la DEP de $x(t)$, y

$$|G(f)| = \sqrt{S_{y,y}(f)/S_{xx}(f)} \quad (8)$$

es la respuesta del sistema a la frecuencia.

Esta es una forma común de estimar la respuesta en frecuencia a partir de los registros $x(t)$ y $y(t)$. Sin embargo se pierde la información de fase.

4.2. La función de correlación cruzada

Si ahora tomamos la correlación cruzada entre la salida y la entrada:

$$E[y(t + \tau)x^*(t)] = E\left[\int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda)x(t + \tau - \lambda)x^*(t) d\lambda\right], \quad (9)$$

entonces,

$$R_{yx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda)R_{xx}(\tau - \lambda) d\lambda. \quad (10)$$

Finalmente, tomando transformadas de Fourier a ambos lados

$$S_{y,x}(f) = G(f) S_{xx}(f), \quad (11)$$

en donde $S_{y,x}$ es la DEP-cruzada entre $y(t)$ y $x(t)$, S_{xx} es la DEP de $x(t)$ y $G(f)$ es la respuesta a la frecuencia del sistema, la cual es una función compleja. Ahora se puede obtener información de fase.

Existen muchas formas de obtener la función compleja $G(f)$. Una técnica poderosa es el algoritmo iterativo de Steiglitz-McBride[4].

5. Algoritmo Steiglitz-McBride

Deseamos encontrar la regla de transformación dada por el sistema $g(t)$. Es bien sabido que $G(s)$ es la transformada de Laplace de la respuesta al impulso $g(t)$. Suponiendo, por el momento, que el ruido externo y de instrumentación son cero de modo que $W(s) = Y(s)$, entonces la entrada $X(s)$ y la salida $Y(s)$ están relacionadas por

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{N(s)}{D(s)}. \quad (12)$$

Esta relación entrada-salida se puede expresar como una función racional de polinomios en s :

$$\frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_0 + a_1s + \dots + a_ns^n}{b_0 + b_1s + \dots + b_ns^n}, \quad (13)$$

en donde $b_0 = 1$, y n es el orden del modelo.

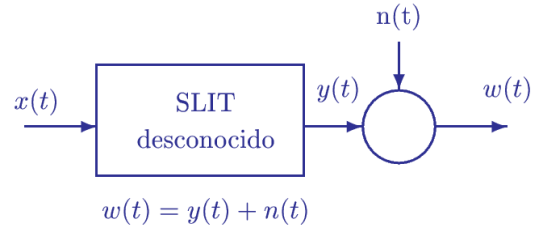


Figura 6. Medición contaminada con ruido.

Debido a que las señales medidas son versiones muestreadas de una señal en tiempo continuo, el análisis se hará en el dominio del tiempo discreto. Definamos las siguientes transformadas Z :

$$\begin{aligned} X &= X(z) = \sum x_k z^{-k} \\ Y &= Y(z) = \sum y_k z^{-k} \\ N &= N(z) = \sum a_k z^{-k} \\ D &= D(z) = \sum b_k z^{-k}. \end{aligned}$$

Así,

$$\frac{N(z)}{D(z)} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}, \quad (14)$$

También, (12) se puede escribir en forma de tiempo discreto como:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{N(z)}{D(z)}. \quad (15)$$

Usando (15) y (14), y reordenando términos,

$$\hat{y}(t) = \left\{ \frac{N(z)}{D(z)} \right\} x(t), \quad (16)$$

la cual es la salida estimada a partir de nuestro modelo $N(z)/D(z)$.

El verdadero error de salida $e(t)$ está definido en la Figura 7 como $e(t) = \hat{y}(t) - y(t)$. Deseamos minimizar el error $e(t)$, lo cual es un problema de regresión no-lineal.

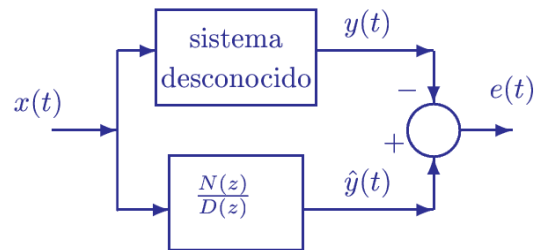


Figura 7. Modelado en tiempo discreto por $N(z)/D(z)$.

Entonces, Kalman [5] sugirió la minimización de $|De|$, tal que

$$|De| = D(\hat{y} - y) = |Nx - Dy|. \quad (17)$$

Definiendo el error de Kalman como $\mathcal{E}_k = De$, y desarrollando expresiones para \mathcal{E}_k al tiempo j , tenemos,

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_k &= D(\hat{y}_j - y_j) \\ b_0(\hat{y}_j - y_j) &= \sum_{i=0}^n a_i x_{j-i} - \sum_{i=1}^n b_i \hat{y}_j - b_0 y_j. \end{aligned} \quad (18)$$

Entonces, el error de Kalman al tiempo j , usando $b_0 = 1$, es

$$\mathcal{E}_{k_j} = (\hat{y}_j - y_j) = \sum_{i=0}^n a_i x_{j-i} - \sum_{i=1}^n b_i \hat{y}_j - y_j. \quad (19)$$

Usando notación vectorial por simplicidad, definimos los vectores columna $(2n + 1) \times 1$, \mathbf{g} y \mathbf{q}_j por

$$\mathbf{g}^T = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_n \ -b_1 \ -b_2 \ \dots \ -b_n] \quad (20)$$

y

$$\mathbf{q}_j^T = [x_j \ x_{j-1} \ \dots \ x_{j-n} \ y_{j-1} \ y_{j-2} \ \dots \ y_{j-n}], \quad (21)$$

donde el superíndice T denota transpuesta, así

$$\begin{aligned} \hat{y}_j &= \mathbf{q}_j^T \mathbf{g} \\ \mathcal{E}_{k_j} &= \mathbf{q}_j^T \mathbf{g} - y_j, \end{aligned} \quad (22)$$

que se obtiene por simple substitución.

Se puede aplicar una técnica de mínimos cuadrados usando el principio de ortogonalidad; $\mathcal{E}_{k_j} \perp \mathbf{q}$, en donde el error es ortogonal a los datos \mathbf{q} , de modo que

$$\langle \mathcal{E}_k, \mathbf{q} \rangle = 0, \quad (23)$$

donde $\langle \cdot \rangle$ denota el producto interior, y el subíndice j se ha omitido para simplificar la notación. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{q}^T \mathbf{g} - y, \mathbf{q} \rangle &= 0; \\ \langle \mathbf{q}^T \mathbf{g}, \mathbf{q} \rangle &= \langle y, \mathbf{q} \rangle; \end{aligned} \quad (24)$$

i.e.,

$$\sum_{l=1}^L \mathbf{q}_l \mathbf{q}_l^T \mathbf{g} = \sum_{l=1}^L y_l \mathbf{q}_l, \quad (25)$$

donde L es la longitud de los registros de datos x y y .

Definiendo la matriz de auto-correlación, \mathbf{Q} , y el vector de correlación cruzada, \mathbf{c} , como

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \sum_{l=1}^L \mathbf{q}_l \mathbf{q}_l^T \quad \text{y} \\ \mathbf{c} &= \sum_{l=1}^L y_l \mathbf{q}_l; \end{aligned} \quad (26)$$

entonces, la solución para \mathbf{g} es

$$\mathbf{g} = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{c}. \quad (27)$$

Pero, lo que realmente deseamos minimizar es

$$\sum e_j^2 = \left| \frac{N}{D} X - Y \right|^2. \quad (28)$$

Reordenando $\frac{N}{D} X - Y$ con un denominador común, tenemos

$$\frac{N}{D} X - Y = \frac{NX - DY}{D}. \quad (29)$$

Ahora, usando un denominador común \hat{D} que iterativamente tienda a D ,

$$\frac{NX - DY}{D} \approx \frac{NX}{\hat{D}} - \frac{DY}{\hat{D}}, \quad (30)$$

en donde \hat{D} tiende a D . Entonces, (30) sugiere que se puede usar el modelo de regresión lineal de Kalman, $NX - DY$, pero pre-filtrando cada término por \hat{D} , en una forma iterativa usando la estimación previa de D . Si \hat{D} tiende a D , entonces se obtiene la minimización del error verdadero.

Para la primera iteración, hacemos $\hat{D} = 1$; entonces el algoritmo iterativo incluye los siguientes pasos, con $D_0 = 1$, usamos el modelo de regresión lineal de Kalman para estimar N_1 y D_1 , en donde el subíndice representa el número de iteración:

1. Pre-filtrar los registros de entrada originales x y y por $1/D_1(z)$, dando nuevas estimaciones de \hat{x} y \hat{y} .
2. Con estas nuevas secuencias de entrada, \hat{x} y \hat{y} , obtener nuevas estimaciones, N_2 y D_2 .
3. Usar D_2 para pre-filtrar x y y para obtener, otra vez, nuevas estimaciones de \hat{x} y \hat{y} .
- ⋮
4. Encontrar nuevos N_i y D_i tales que

$$\left| X \frac{N_i}{D_{i-1}} - Y \frac{D_i}{D_{i-1}} \right|^2 \quad (31)$$

sea mínimo.

Esto permite encontrar la función N/D .

6. Ruido electroquímico

En el estudio de procesos de corrosión existe una técnica conocida como "medición de ruido electroquímico" (ENM por sus siglas en Inglés). En esta técnica, introducida por Iverson en junio de 1968[6], se miden las fluctuaciones espontáneas del potencial y/o de la corriente eléctrica, debidas a la corrosión, en un arreglo de electrodos.

Aunque existen varias configuraciones, la más general es la que se muestra en la Fig. 8. En esta configuración se miden simultáneamente el potencial y la corriente de

ruido electroquímico entre un par de electrodos nominalmente idénticos, electrodos de trabajo (WE#1 y WE#2 por sus siglas en Inglés). Los electrodos son acoplados a través de un amperímetro de resistencia cero (ZRA por sus siglas en Inglés). El potencial se mide por medio de un electrodo de referencia (RE), de preferencia de Calomel. Ambos electrodos están sumergidos en una solución corrosiva.

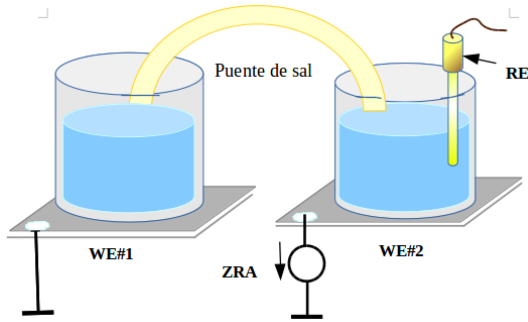


Figura 8. Sistema formado por una celda electroquímica.

Durante varias décadas, en el análisis de ruido electroquímico se han aplicado varias técnicas de análisis de señales. Como en muchos casos en los que se habla de impedancia electroquímica, un parámetro de interés es el valor de la impedancia a muy baja frecuencia. En teoría, se trata de encontrar el límite de corriente directa (CD) de la impedancia, dando como resultado un valor de resistencia.

En el caso de ruido electroquímico, esta resistencia recibe el nombre de resistencia de ruido R_n . Algunos autores [7, 8] propusieron que R_n se puede obtener como la relación entre la desviación estándar del potencial de ruido y la desviación estándar de la corriente de ruido, es decir,

$$R_n = \frac{\sigma_V}{\sigma_I}, \quad (32)$$

donde σ_V y σ_I representan desviación estándar del potencial de ruido y la desviación estándar de la corriente de ruido, respectivamente.

Otra forma de estimar la impedancia de ruido electroquímico es utilizando densidades espectrales de potencia (DEP). Ahora se obtiene una impedancia de ruido dada por

$$|Z_n(f)| = \frac{S_{VV}(f)}{S_{II}(f)}, \quad (33)$$

donde S_{VV} es la DEP de la señal de potencial, y S_{II} es la DEP de la señal de corriente.

Para estimar la DEP se pueden aplicar varios enfoques. Por ejemplo, se puede usar el método de Welch o el Método de Máxima Entropía (MEM) [9], entre muchos

otros. Sin embargo, una técnica alternativa que no utiliza la DEP propuesta por Mansfeld [10] es simplemente hacer

$$R_{sn}(f) = \frac{|FFT(V)|}{|FFT(I)|}. \quad (34)$$

En ese caso, definen la “respuesta espectral de ruido” como la razón de transformadas de Fourier del potencial y de la corriente de ruido. No parece tan claro qué se está obteniendo con este cálculo, de modo que otros autores [11] le llaman “espectro de impedancia de ruido” (*spectral noise impedance*), y otros la llaman “espectro de resistencia de ruido” (*spectral noise resistance*) [12]. En estos cálculos, se supone que V e I no están correlacionados, así que se puede medir V a un tiempo y medir I a otro tiempo. Lo mismo se dice cuando se usa análisis estadístico para encontrar R_n . En nuestro caso, se supone que sí existe correlación entre las señales, por lo que el potencial y la corriente deben medirse simultáneamente [13].

7. Resultados en una muestra de ruido electroquímico

En la Fig. 9 se muestra una señal del potencial de ruido en Volts, y en la Fig. 10 se muestra la corriente de ruido en Amperes obtenidos experimentalmente en una celda electroquímica con el arreglo de la Fig. 8.

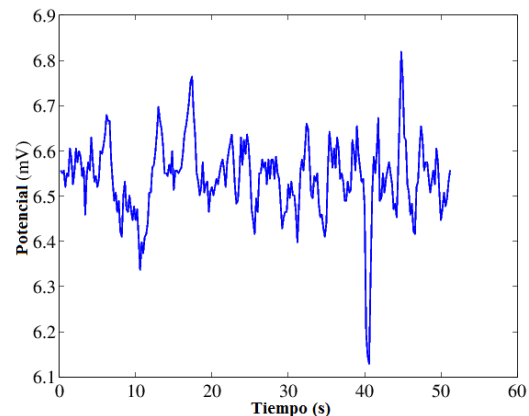


Figura 9. Señal de potencial de ruido electroquímico.

Aplicando el algoritmo de identificación Steiglitz-McBride a esos datos, en la Fig. 11 se muestra la respuesta en frecuencia obtenida a partir de la función del sistema en tiempo discreto, $N(z)/D(z)$.

Como referencia, es útil hacer una comparación entre la respuesta en frecuencia o impedancia de ruido, obtenida por el método de FFT y el de DEP. Así en la Fig. 12 se muestra la impedancia de ruido $Z_n(f)$ calculada como la razón de transformadas de Fourier.

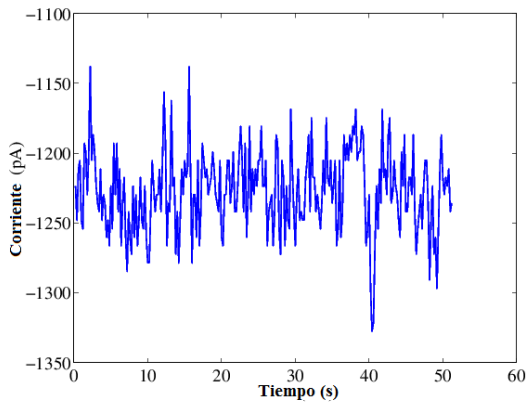


Figura 10. Señal de corriente de ruido electroquímico.

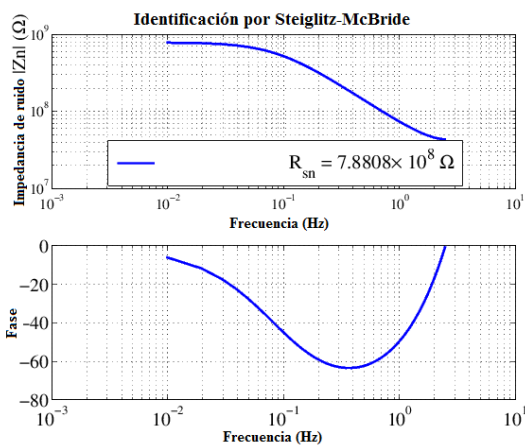


Figura 11. Respuesta en frecuencia después de obtener $H(z)$.

En la Fig. 13 se muestra la impedancia de ruido obtenida como la razón de DEPs. Recuérdese que un valor de interés es el valor de baja frecuencia, en teoría, en el límite de CD. El método de identificación de sistemas entrega una respuesta más suave en baja frecuencia. Además, con esos datos se puede estimar el modelo de un circuito analógico equivalente de los parámetros del sistema, lo cual no se incluye en este trabajo.

Un parámetro que se usa para evaluar el grado de corrosión es el valor de la impedancia de ruido a la frecuencia mínima $|Z(f_{\min})| = R_{sn}(f_{\min})$. Este valor también se considera equivalente al valor de resistencia de ruido R_n . Numéricamente tenemos $R_{SN} = 7.545 \times 10^8$ por el método de impedancia basado en la FFT, una $R_{SN} = 7.545 \times 10^8$ por el método de impedancia basado en la estimación de la densidad espectral de potencia. En este caso coinciden los valores de R_{SN} usando la razón de FFTs y usando la razón de DEPs. Para el algoritmo de identificación de sistemas tenemos una $R_{SN} = 7.8808 \times 10^8$. Entonces el error es de 0.0445% entre ambos resultados.

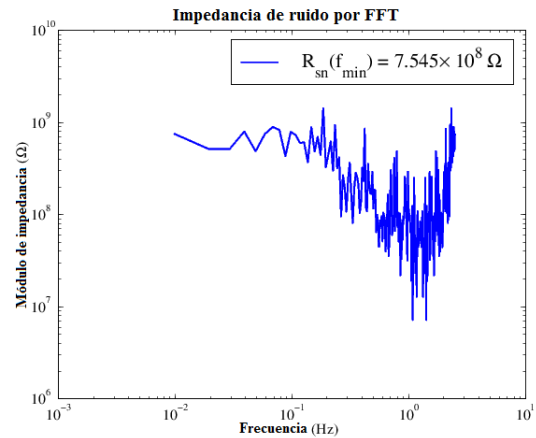


Figura 12. Impedancia de ruido por FFTs.

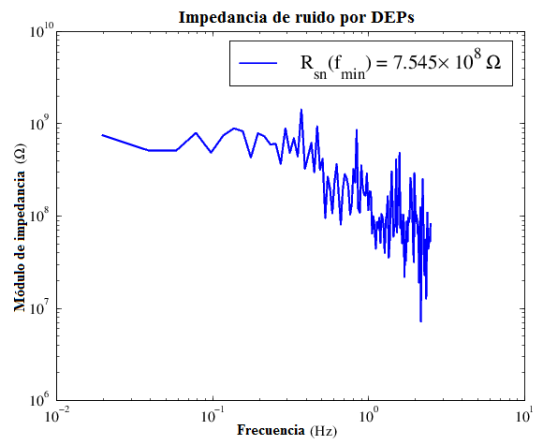


Figura 13. Impedancia por estimación de la DEP.

8. Conclusiones

La identificación de sistemas permite obtener un modelo matemático para describir procesos, señales, o sistemas. Con el modelo es posible describir la dinámica (o propiedades) del sistema, aún cuando éste sea muy complejo.

Se presentó una breve descripción del problema de identificación y se desarrolló paso a paso el algoritmo iterativo Steiglitz-McBride. Cabe señalar que este algoritmo está incluido en el conjunto de funciones de MATLAB o GNU Octave.

Con el algoritmo Steiglitz-McBride se analizó un conjunto de datos de ruido electroquímico para obtener la impedancia de ruido $Z_N(f)$ a partir de la función del sistema $N(z)/D(z)$. Como medida de comparación cualitativa se presentaron las impedancias de ruido electroquímico obtenidas por otros dos métodos, es decir, el que utiliza la FFT y el que emplea la estimación de la DEP.

Como el valor de más interés en la impedancia de ruido electroquímico, es su valor en el límite de CD, puede concluirse que el empleo de la técnica de identificación de sistemas es una opción alternativa a los métodos frecuentemente empleados en estudios de ruido electroquímico, ya que se pudo comprobar que es numéricamente equivalente al valor de la resistencia de ruido $R_{sn}(f_{\min})$. Además, el modelo del sistema obtenido por IS, el cual contiene información de ceros y polos, abre la posibilidad de identificar los parámetros del sistema.

Referencias

- [1] Jerry M. Mendel, *Lessons in Estimation Theory for Signal Processing, Communications and Control*, Prentice Hall, New Jersey 07632 (1995).
- [2] L. Lung, *System Identification Theory for the User*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., (1987).
- [3] C. Birkl and D. Howey, "Model identification and parameter estimation for LiFePO₄ batteries," in *IET Hybrid and Electric Vehicles Conference (HEVC)*. DOI <http://dx.doi.org/10.1049/cp.2013.1889>, 2013.
- [4] K. Steiglitz and L. E. McBride, "A Technique for the Identification of Linear Systems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, AC-10, pp. 461-464, (1965).
- [5] R. E. Kalman, "Designs of a Self-optimizing Control System", *Trans. ASME*, Vol. 80, pp.- 468-478, (1958).
- [6] W. P. Iverson, "Iverson W. P., J. Electrochem. Soc. 115, 617-618 (1968)," *J. Electrochem. Soc.*, vol. 115, pp. 617-618, 1968.
- [7] B. S. Skerry and D. A. Eden, "Electrochemical Testing to Assess Corrosion Protective Coatings," *Prog. Organic Coatings*, Vol. 15, pp.- 269-285, (1987).
- [8] C. T. Chen and B. S. Skerry, "Assessing the Corrosion Resistance of Painted Steel by AC Impedance and Electrochemical Noise Techniques", *Corrosion*, Vol. 47, pp.- 598-611, (1991).
- [9] C. A. Loto, Electrochemical Noise Measurement Technique in Corrosion, Research, *Int. J. Electrochem. Sci.*, 7, pp.- 9248-9270, (2012).
- [10] F. Mansfeld, C.C. Lee, G. Zhang, "Comparison of Electrochemical Impedance and Noise Data in the Frequency Domain," *Electrochimia Acta*, Vol. 43 No. 3-4, pp.- 435-438, (1998).
- [11] T. Schauer, H. Greisiger, and L. Dulog, "Details on MEM Analysis of Electrochemical Noise Data and Correlation with Impedance Measurements on Organic Coatings on Metals", *Electrochimia Acta*, Vol. 43, No. 16-17, pp.- 2423-2433, (1998).
- [12] U. Bertocci, C. Grabielli, F. Huet, and M. Keddan, "Noise Resistance Applied to Corrosion Measurements I Theoretical Analysis," *J. Electrochem. Soc.* Vol. 144, No. 1, p. 31 (1997).
- [13] G. Miramontes-de-León, D. C. Farden, and L. E. McBride, "A System Identification Approach to Estimating Complex Impedance Spectra from Electrochemical Noise Data," *Advances in Complex Systems*, vol. 6, no. 4, pp. 575-597, Dec. 2003.