

DIF U₁₀₀ci@

Revista de Difusión Científica

Vol. 4, No. 2, septiembre-diciembre 2010

ISSN 2007-3585

Investigación

La transformada de ondículas o wavelet

G. Miramontes et al.

Investigación

Ridgelets y Curvelets: Una nueva alternativa a la transformada en ondículas

J. I. de la Rosa et al.

Difusión

Imágenes tridimensionales publicitarias

M. Araiza y C. Sifuentes

ISSN 2007-3585



PRODUCCIÓN
Universidad Autónoma de Zacatecas

PRODUCCIÓN Y DISEÑO

Gerardo Miramontes de León

D.R. de la Presente Edición

Gerardo Miramontes de León
Universidad Autónoma de Zacatecas
López Velarde 801, Centro
98000 Zacatecas, Zac. México

ISSN 2007-3585

DIFU100ci@ (léase difuciencia) Vol. 4, No. 2, septiembre-diciembre 2010, es una publicación cuatrimestral editada por la Universidad Autónoma de Zacatecas, "Francisco García Salinas", Jardín Juárez 147, Col Centro Zacatecas, Zac. C.P. 98000. <http://difu100cia.uaz.edu.mx>, correo-e:gmiram@ieee.org. Reservas de Derechos al Uso Exclusivo del Título expedido por el INDAUTOR, Reserva: 04-2010-110314331900-102. Responsable de la última actualización Gerardo Miramontes de León, López Velarde 801, Zona Centro, Zacatecas, Zac. C.P. 98000. Fecha de última modificación 30 de mayo de 2012.

HECHO EN MÉXICO
MADE IN MEXICO

DIRECTORIO

M. en C. Francisco Javier Domínguez Garay Rector
I. Q. Armando Silva Cháirez Secretario General
M. en C. Jesús Octavio Enriquez Rivera Secretario Académico
M. en A Emilio Morales Vera Secretario Administrativo
Dra. Isabel Terán Elizondo Coord. Investigación y Posgrado
Dr. Luis Alejandro Aguilera Galaviz Coord. de Investigación
Dr. Diego Miramontes de León Coord. de Posgrado

CONSEJO EDITORIAL

Leonardo Acho Zuppa, U Politècnica de Catalunya, España
Miguel Andrés, U. de Valencia, España
Pedro Andrés, U. de Valencia, España
Luis Tupak Aguilar, CITEDIPN, México
David H. Covarrubias Rosales, CICESE, México
Ernesto García Domínguez, U. Autónoma de Zacatecas
Mireya Sara García Vázquez
CITEDIPN, México
Luis García Santander
U. de Concepción, Chile
Geminiano D. Martínez Ponce, CIO, México
Lyle E. McBride, CSU, Chico USA
Oscar Montiel, CITEDIPN, México
Arturo Moreno Báez, U. Autónoma de Zacatecas
Claudia Sifuentes Gallardo, U. Autónoma de Zacatecas

Contenido

Vol. 4, No. 2, septiembre-diciembre 2010

EDITORIAL

Hablemos de algunas transformadas 28

Transformadas y más transformadas. Pareciera que en el campo de la ingeniería, y obviamente de las matemáticas, las transformadas juegan un papel tan importante que éstas continúan cambiando, naciendo y renaciendo. En este número se presentan dos trabajos relacionados con las transformadas de ondículas, las ridgelets y las curvelets.

La Transformada en ondículas o wavelet 29

por G. Miramontes et al. pp. 29 – 35

Oscilación y frecuencia de oscilación son dos conceptos ampliamente aceptados, no sólo en la ingeniería y en muchas otras disciplinas, si no también en nuestra vida diaria. Sabemos que hay muchos fenómenos naturales que presentan oscilaciones, como por ejemplo, el movimiento de rotación del planeta, las fases de la luna, entre otros. Algunas oscilaciones son, sin embargo, algo extrañas, o irregulares, como por ejemplo, el vayven de las olas del mar, el movimiento (temblor) de la tierra durante un sismo, entre muchos más. Una herramienta útil para representar el contenido de frecuencias de una señal es la transformada de Fourier. Sin embargo, esta herramienta no es suficiente si la señal que se desea analizar no es estacionaria, es decir, si sus características (estadísticas y de frecuencia) cambian con el tiempo. En este trabajo se presenta una herramienta apropiada para analizar ese tipo de señales, la transformada de ondículas, o también conocida por su nombre en inglés como transformada wavelet.

DIFUSIÓN

INVESTIGACIÓN

Ridgelets y Curvelets: Una Nueva Alternativa a la Transformada en Ondículas

36

por J. Ismael de la Rosa et al. pp. 36 – 44

Se presenta un conjunto de nuevas herramientas utilizadas para la restauración y compresión de señales. Las transformadas Ridgelets y Curvelets representan una nueva alternativa a la transformada en ondículas para la compresión y restauración de señales n -dimensionales. El análisis mediante la Transformada en Ondículas (TO) o Wavelets ha crecido a grandes pasos gracias a su aplicabilidad en diferentes áreas. Algunas de las áreas excitantes de aplicación son la restauración de señales y la codificación y compresión de señales, y más específicamente es el caso de imágenes. Sin embargo la TO no da buenos resultados en señales bidimensionales, como en el caso de imágenes cuando se presentan discontinuidades. Es aquí donde aparecen nuevas transformaciones. Estas nuevas transformaciones son conocidas como ridgelets y curvelets.

DIFUSIÓN

Imágenes tridimensionales publicitarias

45

por M. Araiza y C. Sifuentes pp. pp. 45 – 48

Los hologramas son dispositivos ópticos difíciles de falsificar y capaces de reconstruir un frente de onda completo, es decir una imagen tridimensional, esto los hace muy atractivos para utilizarse por ejemplo en tarjetas de crédito, en medicamentos, o en algún anuncio publicitario. Hoy en día son cada vez más fáciles de encontrar pero son pocas las personas que tienen una idea de lo que es un holograma y por qué son cada vez más utilizados. Así que brevemente se darán a conocer algunos conceptos de la holografía y su importancia.

Hablemos de algunas transformadas

ENTREGAMOS en este número tres trabajos relacionados con el procesamiento de señales. Dos de ellos introducen tópicos avanzados sobre el análisis de señales en una y dos dimensiones (1D y 2D), respectivamente. Seguramente recordamos nuestros cursos básicos y nuestro primer encuentro con las transformadas de Fourier y de Laplace. Una vez vistas estas transformadas, más adelante resulta que aunque son ampliamente aplicadas en la ingeniería, no son suficientes y aparecen más y más transformadas. Así en este número se presentan dos trabajos relacionados con algunas relativamente nuevas transformadas, las de ondículas (o wavelets), las ridgelets y las curvelets. En el tercer trabajo se presentan algunos conceptos de holografía y su aplicación en imágenes en tres dimensiones (3D), también un campo de aplicación en ingeniería. Esperamos que estos temas despierten el interés por el estudio de esta área del conocimiento. Actualmente se ofrecen cursos opcionales sobre procesamiento digital de señales en muchos programas de ingeniería, a nivel de licenciatura, como procesamiento digital de imágenes, procesamiento digital de voz, comunicaciones ópticas, introducción a las redes neuronales, entre muchos otros.

© diciembre 2010 G. Miramontes

correo-e: gmiram2002@yahoo.com

DIFU100ci@ (léase difuciencia) es una publicación cuatrimestral editada por la Universidad Autónoma de Zacatecas, Jardín Juárez 147, Col Centro Zacatecas, Zac. Tiene como objetivo difundir conocimientos científicos y tecnológicos del área de la ingeniería a través de artículos de divulgación y artículos que muestren temas de investigación.

EDITOR EN JEFE

Gerardo Miramontes de León
U. Autónoma de Zacatecas

CONSEJO EDITORIAL

[Leonardo Acho Zuppa](#)

U Politècnica de Catalunya
España

[Miguel Andrés](#)

U. de Valencia, España

[Pedro Andrés](#)

U. de Valencia, España

[Luis Tupak Aguilar](#)

CITEDI-IPN, México

[David H. Covarrubias Rosales](#)

CICESE, México

[Ernesto García Domínguez](#)

U. Autónoma de Zacatecas

[Mireya Sara García Vázquez](#)

CITEDI-IPN, México

[Luis García Santander](#)

U. de Concepción, Chile

[Geminiano D. Martínez Ponce](#)

CIO, México

[Lyle E. McBride](#)

CSU, Chico USA

[Oscar Montiel](#)

CITEDI-IPN, México

[Claudia Sifuentes Gallardo](#)

U. Autónoma de Zacatecas

El contenido de los artículos es responsabilidad exclusiva de los autores. Se permite la reproducción total o parcial de los contenidos siempre y cuando se cite la fuente, y en los términos de la Ley Federal de Derechos de Autor y, en su caso, de los tratados internacionales aplicables.



La Transformada en ondículas o wavelet

G. Miramontes, J. I. De la Rosa, Ma. A. Araiza, J. J. Villa, C. Sifuentes, y E. García

The Wavelet transform the why and what for

Recibido: octubre 5, 2010

Aceptado: noviembre 26, 2010

Palabras clave: Transformadas; análisis tiempo-frecuencia; ondículas

Abstract:

Oscillation and oscillation frequency are two concepts widely accepted, not only in engineering and in many other disciplines, but also in our daily lives. We know that many natural phenomena which exhibit oscillations, for example, the rotation of the planet, moon phases, among others. Some oscillations are, however, something odd, or irregular, for example, the come and go of wave sea, the movement (tremor) of the earth during an earthquake, and many more. A useful tool to represent the frequency content of a signal is the Fourier transform. However, this tool is not enough if the signal to be analyzed is not stationary, ie, if its characteristics (statistics and frequency) change with time. This paper presents a suitable tool to analyze such signals,

the wavelet transform, or also known by its English name as wavelet

Keywords: Transforms; time-frequency analysis; wavelets



OSCILACIÓN y frecuencia de oscilación son dos conceptos ampliamente aceptados, no sólo en la ingeniería y en muchas otras disciplinas, si no también en nuestra vida diaria. Sabemos que hay muchos fenómenos naturales que presentan oscilaciones, como por ejemplo, el movimiento de rotación del planeta, las fases de la luna, entre otros. También tenemos eventos no naturales que podemos clasificar como periódicos, como por ejemplo la sucesión presidencial que se repite cada seis años. Algunas oscilaciones son, sin embargo, algo extrañas, o irregulares, como por ejemplo, el vayven de las olas del mar, el movimiento (temblor) de la tierra durante un sismo, entre muchos más. Además, se tienen oscilaciones de periodo corto (alta frecuencia) y oscilaciones de periodo largo (baja frecuencia). En la ingeniería eléctrica se tienen algunas señales que son claramente oscilatorias con una frecuencia estable, mientras que otras como las señales de voz, presentan oscilaciones de

varias frecuencias y que además cambian con el tiempo, o aparecen y desaparecen.

Una herramienta útil para representar el contenido de frecuencias de una señal es la transformada de Fourier. Sin embargo, esta herramienta no es suficiente si la señal que se desea analizar no es estacionaria, es decir, si sus características (estadísticas y de frecuencia) cambian.

Representación en tiempo y representación en frecuencia

Casi todas las señales físicas se obtienen por medio de sensores o transductores que registran (o graban) sus variaciones en el tiempo. Usualmente la representación en el tiempo es la más natural y la primera que se estudia. En la Figura 1 se muestra la representación en el tiempo de una señal de voz cuando se dice la vocal /a/. La representación en frecuencia es también una descripción muy importante de una señal, ya que es útil en muchas áreas o disciplinas como la física, la astronomía, la economía, la biología, y muchas más, donde ocurren eventos periódicos. Esta sección está basada en el trabajo de [1].

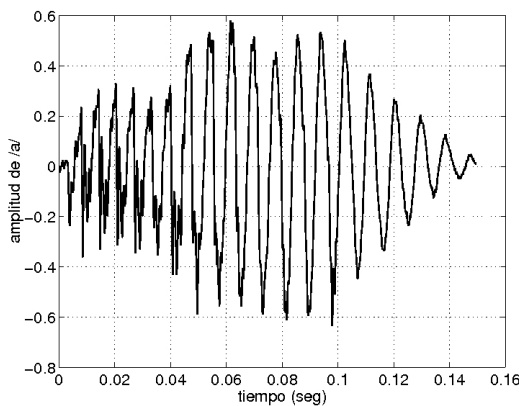


Figura 1. Representación en el tiempo del sonido /a/.

La representación en frecuencia de $x(t)$ se obtiene por la transformada de Fourier dada por:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt, \quad (1)$$

donde f está dada en Hz.

$X(f)$ puede verse como la expansión de $x(t)$ en una familia de ondas de duración infinita $e^{j2\pi ft}$, las cuales no están localizadas en el tiempo, es decir, el espectro $X(f)$ nos indica esencialmente cuáles frecuencias están contenidas en la

señal $x(t)$, así como sus amplitudes y sus fases correspondientes, pero no nos indica cuándo ocurren estas frecuencias. En la Figura 2 se muestra el espectro del sonido /a/.

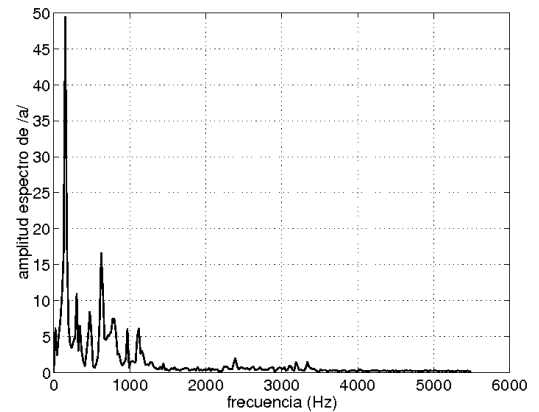


Figura 2. Representación espectral del sonido /a/.

En muchas aplicaciones es de interés conocer cuál es el contenido de frecuencias a un tiempo dado. Este concepto tampoco es desconocido. Por ejemplo, aunque no tengamos conocimientos de música, sabemos que en notación musical, en el pentagrama, se indica qué notas (frecuencias) se deben tocar a un momento dado y durante cuánto tiempo. Una forma simple de caracterizar una señal simultáneamente en tiempo y frecuencia es considerar su localización y dispersión promedio en tiempo y frecuencia. Considerando a $|x(t)|^2$ y $|X(f)|^2$ como distribuciones de probabilidad y observando sus valores promedio y sus desviaciones estándar, tenemos

$$\bar{t} = \frac{1}{E_x} \int_{-\infty}^{\infty} t|x(t)|^2 dt \quad \text{promedio temporal} \quad (2)$$

$$\bar{f} = \frac{1}{E_x} \int_{-\infty}^{\infty} f|X(f)|^2 df \quad \text{promedio en frecuencia} \quad (3)$$

$$T^2 = \frac{4\pi}{E_x} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \bar{t})^2 |x(t)|^2 dt \quad \text{dispersión en tiempo} \quad (4)$$

$$B^2 = \frac{4\pi}{E_x} \int_{-\infty}^{\infty} (f - \bar{f})^2 |X(f)|^2 df \quad \text{dispersión en frecuencia,} \quad (5)$$

donde E_x es la energía de la señal la cual se supone es acotada, es decir,

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty. \quad (6)$$

Entonces se puede caracterizar una señal en un plano tiempo-frecuencia por su posición promedio (\bar{t}, \bar{f}) y su dominio de localización de energía principal cuya área es proporcional al producto $T \times B$, llamado así, “producto tiempo-ancho de banda”, donde T es la duración de la señal, y B es el ancho de banda.

Una condición importante, conocida como la desigualdad de Heisenberg-Gabor, es la cota inferior del producto $T \times B$,

$$T \times B \geq 1. \quad (7)$$

La (7) indica que una señal no puede tener al mismo tiempo un soporte arbitrariamente pequeño en tiempo y frecuencia. Esta cota inferior se alcanza para funciones Gaussianas, es decir aquellas de la forma

$$g(t) = Ce^{-\alpha(t-\bar{t})^2 + j2\pi\bar{f}(t-\bar{t})}, \quad (8)$$

donde $C \in \mathcal{R}$, $\alpha \in \mathcal{R}_+$.

Señales no estacionarias

Una razón importante que motivó el desarrollo de nuevas herramientas para el análisis tiempo-frecuencia es que, en muchos casos prácticos, las señales pueden tener cambios significativos en sus características, es decir, pueden variar en intensidad o amplitud y en su contenido de frecuencias mientras evolucionan en el tiempo. Si se trata de una señal mono-componente, entonces se puede hablar de amplitud instantánea y frecuencia instantánea, es decir, que sólo existe una sola componente de frecuencia a cada instante de tiempo. Si se trata de una señal multi-componente, los conceptos de amplitud instantánea y frecuencia instantánea pierden su significado. Además, por otro lado, las señales pueden ser estacionarias o no estacionarias.

Localización en el tiempo del contenido espectral

La transformada de Fourier no está adaptada al análisis de señales no-estacionarias ya que proyecta la señal en ondas

de duración infinita (sinusoides), las cuales están completamente no-localizadas en tiempo. Un ejemplo simple sería observar el espectro de la palabra /hola/ por medio de la transformada de Fourier. Es claro que el sonido que se produce en la palabra /hola/ está compuesto de varias frecuencias y que éstas no son las mismas al inicio y al final de la palabra. Lo deseable es que podamos observar qué frecuencias se producen en el inicio y al final de la palabra.

Intuitivamente, la solución consiste en recortar la señal $x(t)$ alrededor de un tiempo t , calcular su transformada de Fourier y repetir ese cálculo para otro espacio de tiempo. A este proceso se la conoce como la Transformada de Fourier en tiempo corto o STFT (*Short Time Fourier Transform*), dada por

$$X(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u)w(u-t)e^{j2\pi fu} du. \quad (9)$$

Otros nombres dados a este procedimiento de cálculo son transformada de Fourier por ventanas (*Windowed Fourier Transform*) donde $w(t)$ es una función que define una ventana de observación temporal, llamada ventana de análisis de tiempo corto, ésta está localizada alrededor de $t=0$ y $f=0$. Así la STFT es un espectro “local” de la señal $x(t)$ alrededor de t .

En la Figura 3 se muestra el espectro de la palabra /hola/, donde puede observarse que no hay información del tiempo. En la Figura 4 se muestra el espectro por la STFT de misma palabra. Puede verse que ahora sí se tiene información acerca del tiempo en que ocurren las diferentes componentes de frecuencia.

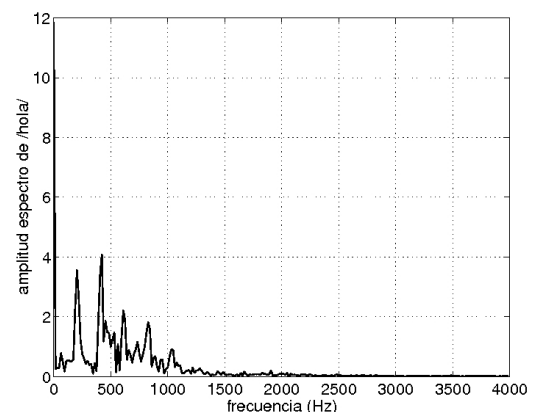


Figura 3. Espectro de frecuencia de la palabra /hola/.

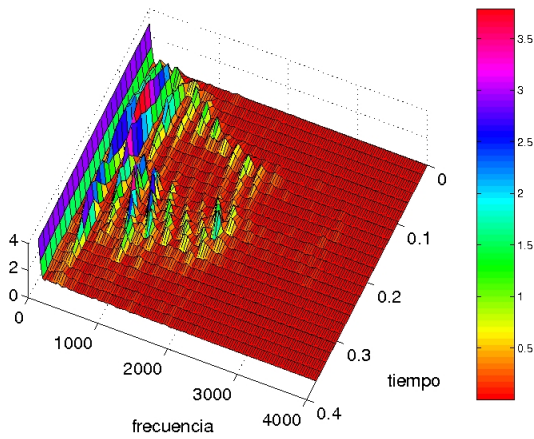


Figura 4. Espectro por STFT de la palabra /hola/.

Siempre y cuando la ventana sea de energía finita, la STFT es invertible, es decir,

$$x(t) = \frac{1}{E_w} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X(u, \xi) w(t-u) e^{j2\pi t \xi} du d\xi, \quad (10)$$

donde

$$E_w = \int_{-\infty}^{\infty} |w(t)|^2 dt. \quad (11)$$

Esta relación expresa que la señal total puede descomponerse como una suma ponderada de formas de onda elementales

$$w_{t,f}(u) = w(u-t) e^{j2\pi f u} \quad (12)$$

las cuales son llamadas “tomos”. Cada tomo se obtiene de la ventana $w(t)$ por traslación en el tiempo y traslación en frecuencia.

La transformada en Ondículas o Wavelet

La STFT tiene ciertas dificultades para poder entregar, simultáneamente, buena resolución en tiempo y frecuencia, es decir, para analizar una señal que representa una oscilación con periodo largo se requerirá una ventana suficientemente larga de modo que se pueda “medir” la frecuencia de oscilación, mientras que si la oscilación es de periodo corto será suficiente tener una ventana de duración corta.

Para mostrar este problema haremos uso de las Figuras 5 y 6 las cuales se obtuvieron usando la STFT de 8 notas musicales tocadas consecutivamente [2]. En la Figura 5 se muestra el resultado del espectrograma cuando se emplea

una ventana de observación de sólo 64 muestras. En este caso se tiene una pobre resolución en frecuencia y buena resolución en tiempo. En la Figura 6 se emplea una ventana de 512 muestras y en este caso se mejora la resolución en frecuencia pero se reduce la resolución en tiempo.

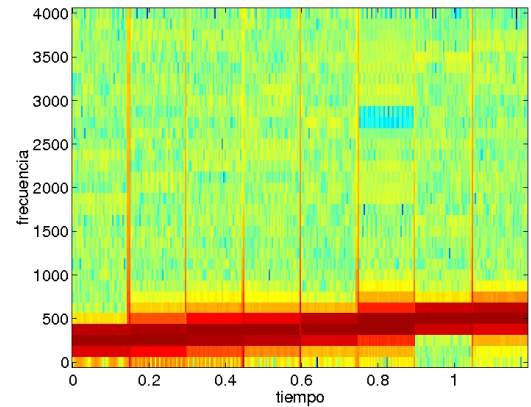


Figura 5. Espectrograma con ventana de 64 muestras.

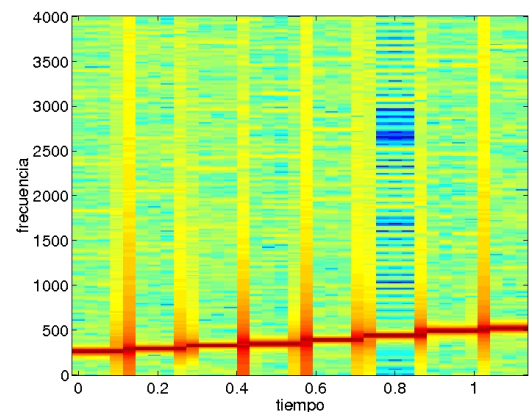


Figura 6. Espectrograma con ventana de 512 muestras.

La transformada Wavelet (TW) da una descripción tiempo-frecuencia similar pero con diferencias importantes. En palabras podríamos explicarlo de la siguiente manera:

- El uso de una ventana introduce efectos secundarios en el análisis de la señal, ya que le afectan la duración y forma de onda de la ventana.
- Las funciones elementales (funciones básicas) que forman la transformada de Fourier son de duración infinita y por lo tanto no están localizadas en tiempo.

Por lo anterior, el desarrollo de una nueva transformada que evite los problemas anteriores es más que bienvenida, esta transformada es la TW la cual

- No necesita del uso de funciones ventana
- Utiliza nuevas funciones base bien localizadas en tiempo y en frecuencia.

Así, la TW está dada por[3]:

$$(T^{wav}x)(a,b) = |a|^{-1/2} \int x(t)\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt \quad (13)$$

y para el caso discreto [3]:

$$T_{m,n}^{wav}(x) = |a_0|^{-1/2} \int x(t)\psi(a_0^{-m}t - nb_0)dt \quad (14)$$

donde ψ siempre satisface

$$\int \psi(t)dt = 0. \quad (15)$$

Similitudes entre la TW y la STFT

La similitud entre la TW y la STFT está en que en ambas se toma el producto interior de $x(t)$ con una familia de funciones indexadas por dos etiquetas

$$w(\omega, t) = e^{j\omega u} w(u - t), \text{ y}$$

$$\psi^{a,b}(u) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{u-b}{a}\right). \quad (16)$$

Las funciones $\psi^{a,b}$ son llamadas “wavelets”, y la función ψ es llamada la wavelet madre. El término *wavelet* en español no se ha estandarizado todavía, así que se le puede encontrar como “ondícula” o bien como “ondeleta” en algunos pocos casos.

Una selección para ψ es

$$\psi(t) = (1 - t^2)e^{-t^2/2}, \quad (17)$$

es decir, la segunda derivada de una Gaussiana, conocida como el “sombrero mexicano.” Esta función está bien localizada en tiempo y frecuencia y satisface el requisito (15). En tanto cambia a , la función $\psi^{a,0}(u) = |a|^{-1/2}\psi(u/a)$ cubre diferentes rangos de frecuencia, o escalas. Cambiando el parámetro b también permite mover el centro de localización en el tiempo. Cada $\psi^{a,0}(u)$ está localizada alrededor de $u = b$.

Diferencias entre la TW y la STFT

La diferencia entre la TW y la STFT está en la forma de las funciones de análisis $w(f,t)$ y $\psi^{a,b}$. Mientras que en las $w(f,t)$ todas consisten de la misma forma envolvente, por ejemplo la Gaussiana trasladada a una localización de tiempo apropiado y sin importar el valor de f tienen el mismo ancho, las $\psi^{a,b}$, por el contrario, tienen ancho de tiempo adaptado a su frecuencia. Las $\psi^{a,b}$ de alta frecuencia son muy estrechas, mientras que las $\psi^{a,b}$ de baja frecuencia son más amplias. De todo esto se obtiene que la TW es mejor para observar fenómenos de corta duración y alta frecuencia tales como señales transitorias.

Algunas funciones de análisis para la TW se muestran en la Figura 7.

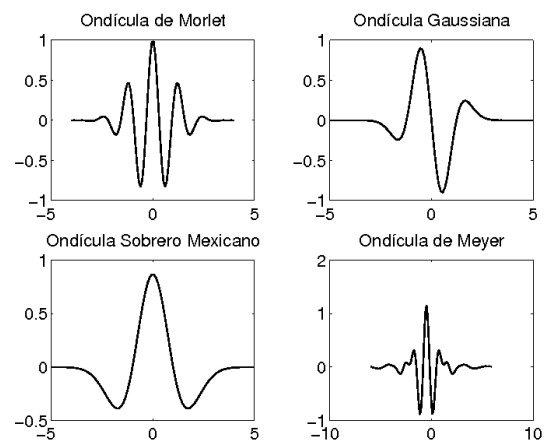


Figura 7. Algunas ondículas usadas en la TW.

Algunos resultados

En esta sección se muestran algunos resultados del análisis de señales no estacionarias. Los datos corresponden al registro de manchas solares desde 1748 hasta 1996 [5] y se utilizó el código en MATLAB©de [4]. En la Figura 8 se muestra el espectro de estos datos obtenido por la transformada de Fourier. Puede observarse que se trata de una señal de baja frecuencia. Una representación tiempo-frecuencia se muestra en la Figura 9, donde nuevamente se ve que las oscilaciones dominantes se encuentran a frecuencias bajas. Para mostrar la utilidad de la TW, en la Figura 10 se muestra la TW de los datos, donde se pueden apreciar muchos más detalles acerca del contenido de frecuencias de dicha

señal. Comparando estos resultados, en la TW se aprecia que efectivamente hay un importante componente de baja frecuencia (periodo largo), pero al mismo tiempo se observan con más detalle algunos componentes de alta frecuencia que difícilmente se pueden apreciar en la transformada de Fourier o en la STFT.

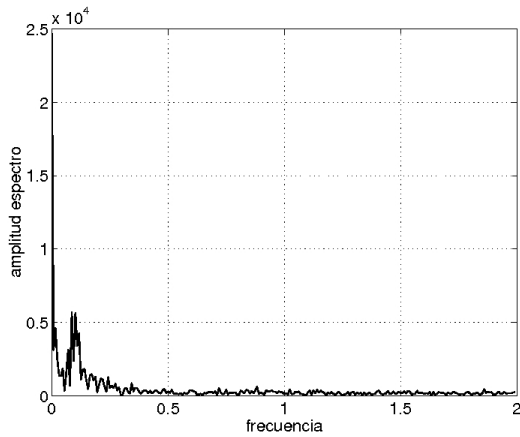


Figura 8. Espectro del registro de manchas solares por transformada de Fourier.

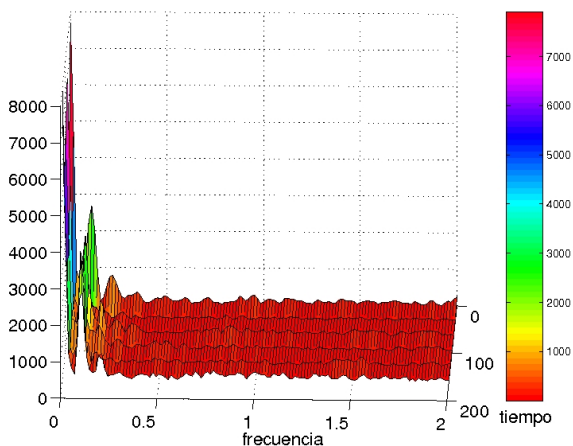


Figura 9. Espectrograma de las manchas solares en perspectiva.

Conclusiones

La Transformada en Ondículas o Transformada Wavelet, es una herramienta que analiza las diferentes componentes de frecuencia con una resolución adaptada a su escala. La TW

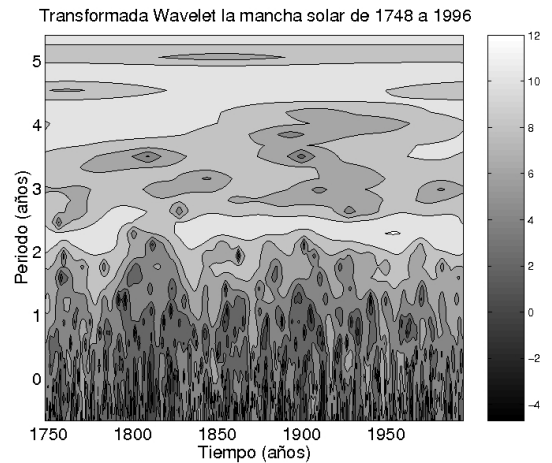


Figura 10. Transformada Wavelet de las manchas solares.

depende de dos variables, la escala y el tiempo, y el resultado es una localización tiempo-frecuencia de una señal que evoluciona en el tiempo.

En este trabajo se han presentado las razones principales del por qué de la TW y se han mostrado algunos ejemplos comparando el resultado con el análisis basado en la transformada de Fourier y en la STFT.

Reconocimientos

Uno de los autores desea agradecer al Programa de Mejoramiento al Profesorado (PROMEP) de la Secretaria de Educación Pública (SEP) de México, por el apoyo bajo registro UAZAC PTC 24-103.5/03/1127.

Bibliografía

- [1] François. Auger, Patrick Flandrin, Paulo Gonçalves, Olivier Lemoine, *Time-Frequency Toolbox for use with Matlab*, CNRS and Rice University pp. 20 (1995-1996).
- [2] James H. McClellan, Ronal W. Schafer, Mark A. Yoder, *DSP FIRST a multimedia approach*, Prentice Hall pp. 72 (1998).
- [3] Ingrid Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*, CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, SIAM 1994.

- [4] Christopher Torrence and Gilbert P. Compo, *Practical Guide to Wavelet Analysis*, Bulletin of the American Meteorological Society, Vol. 79, No. 1 (1998).
- [5] *Wolf's Sunspot Number* source:National Geophysical Data Center disponible en <http://web.ngdc.noaa.gov/stp/SOLAR/solar.html>

Acerca del autor o autores

Los autores son profesores de la Facultad de ingeniería eléctrica de la Universidad Autónoma de Zacatecas, López Verlarde 801, Centro. Zacatecas Zac. 98000, México TEL: +(492)9239407, correo-e: gmiram2002@yahoo.com



Ridgelets y Curvelets: Una Nueva Alternativa a la Transformada en Ondículas

J. Ismael De la Rosa, J. Jesús. Villa, Gerardo Miramontes, Ma. Auxiliadora. Araiza, Claudia Sifuentes, y Ernesto García

Ridgelets and Curvelets: A new alternative to wavelets transform

Recibido: agosto 17, 2010

Aceptado: septiembre 15, 2010

Palabras clave: Ondículas; ridgelets; curvelets

Abstract:

We present a new set of tools used for signal compression and restoration. Curvelets and Ridgelets transforms represent a new alternative to the wavelet transform for compression and restoration of n-dimensional signals. Analysis by the wavelet Transform (WT) has grown thanks to its applicability in different areas. Some areas of application are signal restoration, signal compression, and coding, and more specifically in the case of images. WT however does not give good results in two-dimensional signals, as in the case of images when they present discontinuities. This is where the new transformations arise. These new transformations are known as Ridgelets and Curvelets.

Keywords Wavelets; ridgelets; curvelets

LAS transformadas Ridgelet y Curvelet son dos alternativas recientes utilizadas para las representaciones de sistemas multiescala. Se pueden emplear tanto para filtrado de señales como para la compresión. La transformada ridgelet fue introducida en el trabajo de tesis de E. Candès en 1998 [3] bajo la supervisión de D. Donoho. Dicha transformada fue introducida como una expansión de funciones esparcidas en espacios continuos que son lo suficientemente regulares (*smoothness condition*), lo cual permite alejarse de posibles discontinuidades [4], [6], [10]. La transformada ridgelet discreta se obtiene para señales de tamaño finito y tiene un vínculo especial con la transformada de Radon finita (FRAT) [15].

En el caso del procesamiento de imágenes, muchas de las tareas aprovechan representaciones esparcidas de los datos en donde se desea empaquetar un máximo de información en un mínimo de muestras. La elección más actual es la utilización de la transformada en ondículas o *wavelets*. El éxito en la utilización de bases en ondículas se debe a que es posible alcanzar grandes desempeños utilizando funciones regulares por segmentos o “tomos”, y sobre todo para casos de señales unidimensionales [14]. En el caso bidimensional, existen mayores restricciones debido a la existencia de sin-

gularidades (las regiones de regularidad están separadas por contornos) y hay que hacer manipulaciones para poder llevar a cabo la obtención de ondículas bidimensionales o n -dimensionales que permitan estabilidad a la transformación. Una alternativa a la debilidad de las ondículas antes mencionada es la utilización de una representación llamada *ridgelets* que trata de manera más efectiva las singularidades que se presentan en dos dimensiones (2-D). La idea principal es “mapear” las líneas de singularidades en singularidades puntuales utilizando para ello la transformada de Radon. Enseguida, se aplica la transformada en ondículas (unidimensional) la cual puede manipular de forma eficaz las singularidades puntuales que se encuentran en el dominio de Radon. La propuesta inicial se plasma en forma continua para funciones definidas en $L^2(\mathbf{R})$.

En lo que se refiere a la transformada *Curvelet* [4], [5], [7], [8], [16] y [17], ésta es aún más reciente y también es de gran utilidad en el análisis multiresolución (Análisis multiresolución y análisis geométrico de forma simultánea). La ventaja de ésta sobre la transformada en ondículas, es que se pueden representar de mejor manera los objetos con contornos (discontinuidades bidimensionales). El error de representación cuadrático requiere al menos $\frac{1}{N}$ ondículas, mientras que, para un mismo error, sólo son necesarias $\frac{1}{\sqrt{N}}$ curvelets. Esta transformada tiene muchas similitudes con la transformada en ondículas, pero también tiene algunas diferencias, entre ellas se encuentra un escalamiento anisotrópico (el de las ondículas es isotrópico). La transformada curvelet se basa en la construcción de marcos estrechos (*tight frames*), que obedecen una ley o regla especial de escalamiento, en donde la longitud del soporte de los marcos y el ancho del mismo soporte se relacionan de la siguiente forma: ancho \approx (longitud)². Su base está compuesta por diferentes etapas, y en éstas interviene el uso de ridgelets (monoescala y multiescala).

Transformadas Ridgelet y Curvelet

Transformada Ridgelet

Transformada ridgelet continua [3]: Dada una función bivariable $f(x)$ e integrable, su transformada ridgelet continua (*Continuous ridgelet transform* - CRT) en el espacio bidimensional $x \in \mathbf{R}^2$, está definida por (ecuación de análisis):

$$CRT_f(a, b, \theta) = \int_{\mathbf{R}^2} \Psi_{a,b,\theta}(x) f(x) dx, \quad (1)$$

en donde θ indica el ángulo según la posición radial de un punto $x : (x_1, x_2)$ en el espacio \mathbf{R}^2 y las ridgelets $\Psi_{a,b,\theta}(x)$ en dos dimensiones se definen a partir de una función de tipo ondícula $\Psi(x)$ de una dimensión de la siguiente forma:

$$\Psi_{a,b,\theta}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi \left(\frac{x_1 \cos(\theta) + x_2 \sin(\theta) - b}{a} \right). \quad (2)$$

Puede compararse con la transformada bidimensional en ondículas separable, la cual está dada por:

$$W_f(a_1, a_2; b_1, b_2) = \int_{\mathbf{R}^2} \Psi_{a_1, a_2; b_1, b_2}(x) f(x) dx, \quad (3)$$

en donde las ondículas bidimensionales se forman a partir de un producto tensorial

$$\Psi_{a_1, a_2; b_1, b_2}(x) = \Psi_{a_1, b_1}(x_1) \Psi_{a_2, b_2}(x_2), \quad (4)$$

de ondículas unidimensionales,

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi \left(\frac{t-b}{a} \right). \quad (5)$$

Ambas transformadas son similares, pero los parámetros puntuales b_1 y b_2 se intercambian por los parámetros de línea b y θ . Las dos transformadas multiescala se relacionan según los siguientes argumentos:

Ondículas : $\Psi_{\text{escala, posición puntual}}$

Ridgelets : $\Psi_{\text{escala, posición lineal}}$

Ondículas : Eficientes para modelar objetos con singularidades puntuales aisladas.

Ridgelets : Eficientes para modelar objetos con singularidades a lo largo de una línea.

En forma general, se puede considerar que las ridgelets representan una concatenación de ondículas unidimensionales a lo largo de las líneas o contornos de objetos. En un espacio bidimensional, los puntos y las líneas se relacionan mediante una transformación de Radon, por lo que la transformada en ondículas y la transformada ridgelet se relacionan mediante la misma transformación, la cual está dada por:

$$R_f(\theta, t) = \int_{\mathbf{R}^2} f(x) \delta(x_1 \cos(\theta) + x_2 \sin(\theta) - t) dx, \quad (6)$$

y entonces,

$$CRT_f(a, b, \theta) = \int_{\mathbf{R}} \Psi_{a,b}(t) R_f(\theta, t) dt. \quad (7)$$

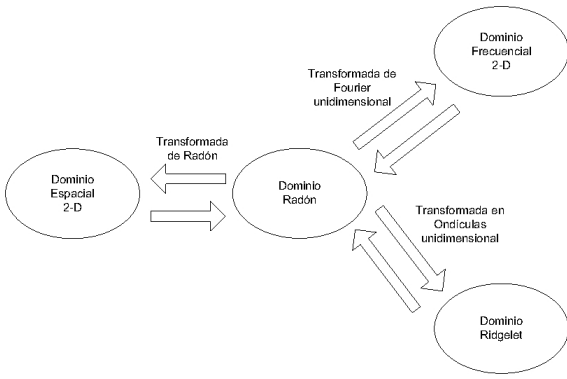


Figura 1. Relación entre los diferentes dominios.

La Figura 1 muestra los mapeos que se llevan a cabo entre los diferentes dominios: dominio frecuencial, dominio espacial, dominio de Radon y el dominio ridgelet.

Finalmente, la ecuación de síntesis ridgelet continua está dada partiendo de la siguiente expresión:

$$\int |f(x)|^2 dx = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} |\text{CRT}_f(a, b, \theta)|^2 \frac{da}{a^3} db \frac{d\theta}{4\pi}, \quad (8)$$

entonces

$$f(x) = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \text{CRT}_f(a, b, \theta) \psi_{a,b,\theta}(x) \frac{da}{a^3} db \frac{d\theta}{4\pi}, \quad (9)$$

que se puede generalizar para n -dimensiones.

Transformada ridgelet discreta [6], [10], [15]: Para poder llevar a cabo la transformada ridgelet discreta (*Discrete ridgelet transform - DRT*), primero es necesario definir la transformada de Radon discreta (*Discrete Radon transform - DRAT*) que bien puede ser aproximada por la transformada de Radon finita (*Finite Radon Transform - FRAT*) como lo muestra Minh Do [15], pues la DRT puede ser construida en base a la transformada discreta de Radon. La transformada de Radon finita, es una versión invertible de la Transformada de Radon en tiempo discreto y bajo la suposición de periodicidad esta funciona sin ningún problema. La FRAT de una función f de dimensión 2 y finita en \mathbf{Z}_p^2 se define como:

$$r_k[l] = \text{FRAT}_f(k, l) = \frac{1}{\sqrt{p}} \sum_{(i,j) \in L_{k,l}} f[i, j], \quad (10)$$

en donde $L_{k,l}$ denota el conjunto de puntos que forman parte de la línea que se encuentra en \mathbf{Z}_p^2 , esto es:

$$L_{k,l} = \{(i, j) : j = ki + l \pmod{p}, i \in \mathbf{Z}_p\}, \text{ para } 0 \leq k < p,$$

$$L_{p,l} = \{(l, j) : j \in \mathbf{Z}_p\}.$$

La inversa de la transformación se denomina retroproyección o proyección finita hacia atrás (*finite back projection - FBP*) y se define por la suma de los coeficientes de Radon de todas las líneas que convergieron a un mismo punto, esto es

$$\begin{aligned} f[i, j] &= \text{FBP}_r(i, j) \\ &= \frac{1}{\sqrt{p}} \sum_{(k,l) \in P_{i,j}} r_k[l], \end{aligned} \quad (11)$$

en donde $P_{i,j}$ indica el conjunto de índices de todas las líneas que van hacia el punto $(i, j) \in \mathbf{Z}_p^2$, es decir:

$$P_{i,j} = \{(k, l) : l = j - ki \pmod{p}, k \in \mathbf{Z}_p\} \cup \{(k, l)\}.$$

Es muy importante tratar de buscar un orden óptimo para $r_k[l]$ pues de ello dependerá el buen desempeño de la FRAT. Partiendo de la FRAT, se puede entonces construir la transformada ridgelet finita (FRIT) como se muestra en la Figura 2.

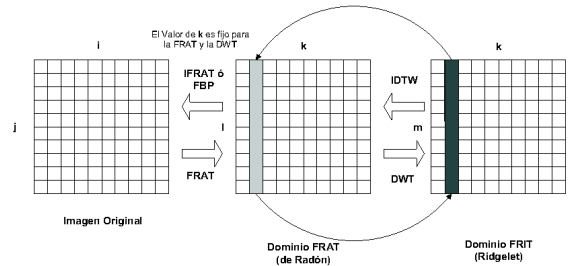


Figura 2. Relación entre los dominios espacial, FRAT y FRIT.

Adicionalmente, si se respeta la condición para la conformación de marcos (*frames*) tanto para la transformada discreta de Radon, como para la transformada en ondículas, entonces aseguramos estabilidad para llevar a cabo la transformada ridgelet discreta y la inversa de esta última (se puede llevar a cabo la expansión en bases ortonormales: diádicas, symlets, etc.).

Entonces los parámetros a y b pueden ser discretizados como: $a_j = a_0 2^j$ y $b_{j,k} = 2\pi k 2^j$. Viendo la transformada ridgelet en el plano frecuencial (de Fourier) tenemos:

$$\text{CRT}_f(a_j, b_{j,k}, \theta) = \frac{2^{-j}}{2\pi} \int_{2^j \leq |\lambda| \leq 2^{j+1}} e^{-i\lambda 2\pi 2^j} \widehat{f}(\xi(\lambda, \theta)) d\lambda \quad (12)$$

en donde $\widehat{f}(\cdot)$ es la transformada de Fourier 2-D de $f(x)$ puesto que:

$$\text{CRT}_f(a, b, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{a}} \overline{\Psi}(a\lambda) e^{-i\lambda b} \widehat{f}(\xi(\lambda, \theta)) d\lambda \quad (13)$$

y $\xi(\lambda, \theta) = (\lambda \cos(\theta), \lambda \sin(\theta))$, y se puede definir también,

$$w_{a,b}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{a}} \overline{\Psi}(a|\xi|) \exp(-i\lambda b). \quad (14)$$

Si además, $\theta_{j,l} = 2\pi l 2^{-j}$, entonces se puede obtener una condición de marco completa tal que se tiene la siguiente familia o colección de ridgelets,

$$\{2^{\frac{j}{2}} \Psi(2^j(x_1 \cos(\theta_{j,l}) + x_2 \sin(\theta_{j,l}) - 2\pi k 2^{-j}))\} \quad (15)$$

para $j \geq j_0, l, k$ y se encuentra en un disco unitario.

Al igual que la transformada en ondículas, la existencia de los límites A y B implica que se puede obtener un análisis/síntesis mediante ridgelets duales $\widehat{\Psi}_{j,k,l}$,

$$f = \sum_{j,k,l} \langle f, \widehat{\Psi}_{j,k,l} \rangle \Psi_{j,k,l}, \quad (16)$$

en donde se pueden utilizar familias de ondículas diádicas, de Meyer, etc., adicionalmente se pueden construir diccionarios de ridgelets basados en las familias de ondículas antes mencionadas. Por otro lado, y al igual que en el análisis con ondículas, también se puede hacer uso de paquetes de ridgelets (*ridgelet packets*) con la finalidad de mejorar los desempeños de los esquemas de análisis/síntesis [12]. O bien se puede optar por esquemas de análisis multi-nivel ridgelet, como el propuesto por Minh Do (FRIT Multilevel) [15].

Transformada Curvelet

Transformada curvelet continua [5], [7], [16]: La transformada curvelet (TCvC) es una transformada muy reciente

y es de gran utilidad en el análisis multiresolución, está inspirada en una evolución de las ideas que dieron base a la transformada ridgelet. La ventaja de la TCvC sobre la transformada en ondículas, es que se pueden representar de mejor manera los objetos con contornos curvilíneos (discontinuidades bidimensionales). El error cuadrático de representación requiere de al menos $\frac{1}{N}$ ondículas, mientras que sólo se necesitan para un mismo error $\frac{1}{\sqrt{N}}$ curvelets. La transformada curvelet se basa en la construcción de marcos estrechos que obedecen la regla: ancho \approx (longitud)². Esta nueva transformada equivale a llevar a cabo al mismo tiempo dos análisis: análisis multiresolución y un análisis geométrico. La transformada curvelet continua (TCvC) se define a partir de lo siguiente: sea M' una colección de M subconjuntos en donde se encuentran incluidos los parámetros de indexado (k_1, k_2) y que corresponden a etapas de integración. La transformada curvelet es un mapeo $L^2(\mathbf{R}^2) \rightarrow l^2(M')$, en donde se obtiene coeficientes curvelet $(\alpha_\mu : \mu \in M')$. Existen dos tipos de coeficientes:

- I) Para escalas grandes se tienen coeficientes basados en una ondícula de escalamiento

$$\alpha_\mu = \langle \phi_{k_1, k_2}, P_0 f \rangle, \quad \mu = (k_1, k_2) \in M' / M, \quad (17)$$

en donde ϕ_{k_1, k_2} es una función de escalamiento de Lamari que proporciona bases de Meyer, y P_0 es un filtro pasa-bajas.

- II) Para escalas finas se tienen coeficientes ridgelet multiescala que se obtienen después de un filtrado pasa-banda (filtrado en sub-bandas),

$$\alpha_\mu = \langle \Delta_s f, \Psi_\mu \rangle, \quad \mu \in M_s, \quad s = 1, 2, \dots \quad (18)$$

en donde $\Delta_s f = \Psi_{2^s} * f$ y $\Psi_{2^s} = 2^{4s} \Psi(2^{2s})$, Δ_s son filtros sub-banda. Cada coeficiente está asociado a la escala 2^{-s} , lo cual significa que se obtiene una versión filtrada en sub-bandas de f , es decir $\Delta_s f$ y los coeficientes no se obtienen directamente de f .

De lo anterior se deducen las siguientes propiedades:

- Un marco estrecho puede obtenerse si

$$\|f\|_2^2 = \sum_{\mu \in M'} |\alpha_\mu|^2. \quad (19)$$

- Si existen marcos apropiados, entonces existen coeficientes representativos

$$\alpha_\mu = \langle f, \gamma_\mu \rangle \quad (20)$$

en donde $\gamma_\mu \in L^2(\mathbf{R}^2)$ es un marco estrecho.

- También existe la transformada inversa, tal que

$$f = \sum_{\mu \in M'} \langle f, \gamma_\mu \rangle \gamma_\mu. \quad (21)$$

- Y, por fórmula, los marcos estrechos están definidos por:

$$\gamma_\mu = \Delta_s \psi_\mu, \quad \mu \in Q_s, \quad (22)$$

en donde Q_s es el conjunto de $Q = (s, k_1, k_2)$ que tienen la forma diádica siguiente: $Q = [k_1/2^s, (k_1 + 1)/2^s) \times [k_2/2^s, (k_2 + 1)/2^s)$, tal que $\mu = (Q, \lambda)$ y $\psi_\mu = 2^s T_Q(w, \rho_\lambda)$, esta última hace referencia a ridgelets multiescala y ortonormales. Entonces, las curvelets se obtienen mediante el filtrado pasa-banda de ridgelets multiescala en donde la banda de paso está relacionada estrechamente con la escala de la localización espacial.

La ley de *anisotropía* en la escala está dada de la siguiente forma: El filtro pasa-banda $|\xi| \approx 2^{2s}$ y la escala espacial es 2^{-s} , esto impone que muchas ridgelets multiescala no sobrevivirán durante el filtrado pasa-banda y entonces la longitud de las curvelets es longitud $\approx 2^{-s}$ y el ancho es ancho $\approx 2^{-2s}$ por lo que se tiene la relación ancho $\approx (\text{longitud})^2$.

Transformada curvelet discreta [4], [9], [16], [17]: Al igual que la DRT, la transformada curvelet discreta (TCvD) también conocida como transformada curvelet digital (Digital Curvelet Transform-DCvT) es complicada de obtener debido a sus condicionantes y a la falta de más trabajo que permita establecer algoritmos contundentes, en este sentido parece aún haber un camino por recorrer dentro de la investigación acerca de estas nuevas herramientas.

Para llevar a cabo la TCvD es necesario definir los procedimientos a seguir para efectos de análisis y también de síntesis.

Análisis (puntos importantes):

- Descomposición en subbandas,

$$f \mapsto (P_0 f, \Delta_1 f, \Delta_2 f, \dots), \quad \Delta_s, s \geq 0.$$

en donde hay detalles sobre un ancho de 2^{-2s} .

- Particionamiento de regiones regulares: ventanas cuadradas w_Q localizadas según Q ,

$$\Delta_s f \longrightarrow (w_Q \Delta_s f)_{Q \in Q_s}.$$

- Renormalización: cada ventana cuadrada es renormalizada a una escala unitaria,

$$T_Q f(x_1, x_2) = 2^s f(2^s x_1 - k_1, 2^s x_2 - k_2),$$

en donde T_Q es el operador que transporta y renormaliza a f . Entonces, la renormalización se completa por,

$$g_Q = (T_Q)^{-1}(w_Q \Delta_s f), \quad Q \in Q_s.$$

- Análisis ridgelet: cada cuadro es analizado por un sistema ridgelet ortonormal con elementos base $\rho_\lambda \in L^2(\mathbf{R}^2)$,

$$\alpha_\mu = \langle g_Q, \rho_\lambda \rangle, \quad \mu = (Q, \lambda).$$

En la Figura 3 se muestra un diagrama en donde se muestra gráficamente el proceso descrito en los puntos anteriores.

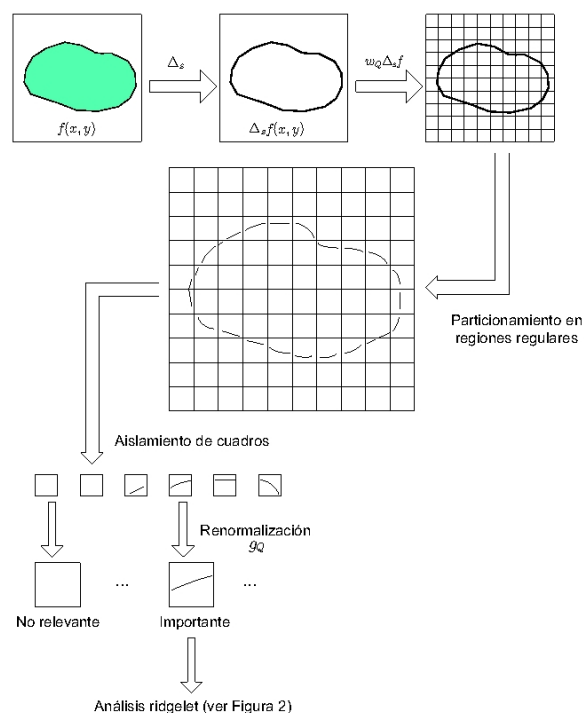


Figura 3. Pasos a seguir para el análisis curvelet (Descomposición en una subbanda).

Síntesis (puntos importantes):

- Síntesis ridgelet: cada cuadro es reconstruido,

$$g_Q = \sum_{\lambda} \alpha_{\lambda, Q} \rho_{\lambda}.$$

- Renormalización: cada cuadro resultante del proceso anterior es renormalizado,

$$h_Q = T_Q g_Q, \quad Q \in Q_s.$$

- Integración en regiones regulares: se revierte el proceso de ventaneo, reconstruyendo

$$\Delta_s f = \sum_{Q \in Q_s} w_Q \cdot h_Q.$$

- Recomposición de las subbandas: Reconstrucción o síntesis del filtrado subbanda, según la fórmula

$$f = P_0(P_0 f) + \sum_{s>0} \Delta_s(\Delta_s f).$$

El cual es el proceso inverso al mostrado en la Figura 3.

La idea principal de la transformada curvelet es, entonces, primero descomponer la imagen en subbandas con el propósito de separar el objeto en una serie de escalas disjuntas. Cada escala es analizada de forma local por la transformada ridgelet. Entonces, los diferentes niveles de la pirámide ridgelet multiescala se utilizan para representar diferentes sub-bandas de un banco de filtros de salida. El punto clave está en la existencia de una relación muy especial entre la profundidad de la pirámide multi-escala y los índices de las sub-bandas diádicas, manteniendo la propiedad fundamental de la transformada curvelet en donde los elementos de longitud de $2^{-j/2}$ sirven para el análisis y la síntesis de la j -sima subbanda $[2^j, 2^{j+1}]$.

El algoritmo de filtrado en sub-bandas propuesto por Mallat [14] (*the "trous" algorithm*) tiene una estructura óptima para ser utilizado en la transformada curvelet discreta según lo manifiesta Starck [17], dicho algoritmo lleva a cabo una descomposición descrita por la siguiente ecuación:

$$I(x_1, x_2) = c_J(x_1, x_2) + \sum_{j=1}^J w_j(x_1, x_2), \quad (23)$$

en donde c_J es una versión suavizada de la imagen original I y w_j representa los detalles de I a escalas 2^{-j} . El algoritmo tiene como salidas $J + 1$ arreglos de sub-bandas de dimensión $n \times n$, para el cual $j = 1$ corresponde a la escala más fina (altas frecuencias).

Combinación de algoritmos

En trabajos presentados por Candès [4] y Starck [16], [17], se recomienda sacar ventaja de los puntos fuertes tanto de la transformada curvelet (modelado adecuado de discontinuidades de longitud relativamente grande) como de la transformada wavelet (modelado adecuado de discontinuidades de longitud relativamente pequeña), de tal modo que se sugiere la construcción de algoritmos híbridos, que permitirán aumentar la relación señal a ruido en potencia (PSNR) y la calidad visual de las imágenes reconstruidas, utilizando para ello esquemas iterativos y en donde se proponen criterios a ser minimizados basados en normas de tipo L_1 o de variación total (e.g. *total variation norm*).

Algunos resultados reportados

En esta sección se describen algunos de los resultados reportados por Candès [4] y Starck [17] con el objetivo de explicar el por qué de nuestro interés en abordar y utilizar estas nuevas transformadas en el procesamiento de imágenes. En la Figura 4 se presentan algunos resultados de reconstrucción de una imagen que contiene una señal bidimensional caracterizada por una Gaussiana mutilada, en donde los tonos de grises cambian abruptamente (discontinuidad) por un fondo negro. La reconstrucción se lleva a cabo utilizando tres esquemas, b) transformada en ondículas o wavelets con un umbral óptimo (en donde se retienen únicamente 100 coeficientes), c) transformada ridgelet, y d) transformada ridgelet utilizando un minimizador basado en la norma de variación total. Se puede ver que la calidad visual de cada reconstrucción es diferente y la mejor es sin duda la del inciso c) pues se aproxima de mejor forma a la imagen original mostrada en el inciso a).

En el caso de la Figura 5, se presentan resultados visuales aplicando la transformada curvelet a una imagen clásica de referencia (Barbara), en este caso se trata de eliminar (filtrar) el ruido Gaussiano de la imagen preservando los contornos de la mejor manera. En el inciso c) de la figura se aprecia la reconstrucción utilizando solamente la transformada curvelet, y en el inciso d) transformada curvelet utilizando un minimizador basado en la norma de variación total. La calidad visual de cada reconstrucción es diferente y la mejor es sin duda la del inciso d) pues se aproxima más a la imagen original. Por otro lado, en la Figura 6 se presentan resultados de filtrado de otra imagen clásica (Lena),

en donde ahora la propuesta es mejorar el desempeño de la transformada curvelet utilizando en conjunto curvelets y wavelets, la imagen superior izquierda contiene ruido Gaussiano, la imagen del lado superior derecho es una versión filtrada de la imagen de Lena usando la transformada wavelet sin diezmar, la imagen inferior izquierda es una versión filtrada de la imagen de Lena usando la transformada curvelet y finalmente la imagen inferior derecha muestra una versión filtrada de la imagen de Lena utilizando curvelets y wavelets a la vez.

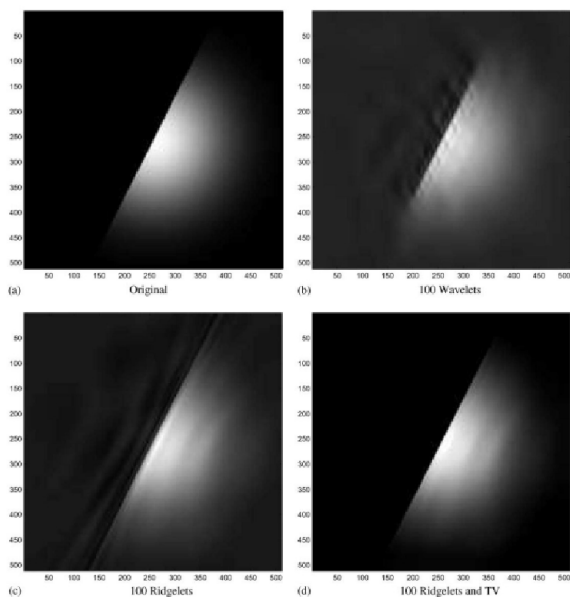


Figura 4. Efecto de las ondículas comparado con el uso de ridgelets y variación total (TV) (Figura tomada del trabajo de Candés, y Guo [4]).

Comentarios y trabajo futuro

Dos líneas de interés en el laboratorio de procesamiento digital de señales y enmarcadas en el área de procesamiento de imágenes son: la codificación de hologramas, tal es el caso de los trabajos de investigación de Ma. A. Araiza [1], [2], en donde las tareas de codificación podrán llevarse a cabo mediante el uso de las nuevas teorías fundamentadas en las wavelets tal y como se plantea en [13], buscando así la aplicación de las nuevas transformadas de señales n -dimensionales. Por otro lado, también existen aplicaciones en instrumentación óptica, en donde es necesario llevar a cabo el análisis de imágenes con patrones de franjas, como



Figura 5. Restauración usando curvelets y variación total (TV) (Figura tomada del trabajo de Candés, y Guo [4]).

en el caso de los trabajos de J. Villa [18] y [19], y para este caso estamos interesados en cuanto al modelado utilizando wavelets, ridgelets, y curvelets. De acuerdo a los resultados reportados en la literatura (ver la sección anterior), se establecen las siguientes conjeturas:

1. Las nuevas transformadas son susceptibles de aportar nuevas metodologías para la codificación de hologramas, y
2. Éstas también pueden aplicarse en la restauración de imágenes con patrones de franjas (ver Figura 7) para estimar algunas medidas de interés en instrumentación óptica, tales como el seguimiento de fase, la perfilometría para estimar las dimensiones de objetos en tres dimensiones, etc.

Reconocimientos

J. I. de la Rosa desea agradecer al Programa de Mejoramiento del Profesorado (PROMEP) de la Secretaría de Educación Pública (SEP) de México, este trabajo fue parcialmente apoyado por PROMEP-SEP bajo registro UAZAC PTC 24-103.5/03/1127.

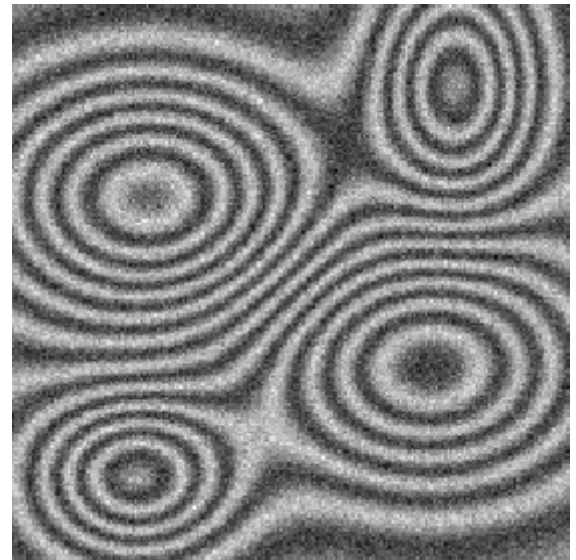


Figura 6. Restauración usando curvelets y wavelets (Figura tomada del trabajo de Starck, Donoho y Candès [17]).

Figura 7. Imagen simulada con patrones de franjas y ruido.

Bibliografía

- [1] Araiza, M., y Guel, S., “Two-channel computer-generated holograms: a simplified method,” *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 39, pp. 629–634, (2003).
- [2] Araiza, M., Guel, S., y Ojeda, J. “Multichannel image storage with image processing capabilities”, *Opt. Comm.*, Vol 230, pp. 131–135, (2004).
- [3] Candès, E. J., *Ridgelets: Theory and Applications*, Ph.D. Thesis, Department of Statistics, Stanford University, (1998).
- [4] Candès, E. J., y Guo, F., “New multiscale transforms, minimum total variation synthesis: Applications to edge-preserving image reconstruction”, *Journal of Signal Processing*, Vol. 82, pp. 1519–1543, Jan. (2002).
- [5] Candès, E. J., y Donoho, D. L., “Curvelets: A surprisingly effective nonadaptive representation of objects with edges”, in *Curves and Surfaces Fitting*, L. L. Schumaker, A. Cohen, and C. Rabut, Eds. Vandervilt University Press, Nashville, TN, pp. 105–120, (2000).
- [6] Candès, E. J., y Donoho, D. L., “Ridgelets: A key to higher-dimensional intermittency?”, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, Vol. A 357, pp. 2495–2509, (1999).
- [7] Candès, E. J., y Donoho, D. L., “Curvelets and Curvilinear Integrals”, *Journal of Approx. Theory*, Vol. 113, pp. 59–90, (2000).
- [8] Candès, E. J., y Donoho, D. L., “New Thigt Frames of Curvelets and Optimal Representations of Objects with Smooth C^2 Singularities”, *Comm. Pure Appl. Math.* Vol. 57, pp. 219–266, (2004).
- [9] Donoho, D. L., y Duncan, M. R., “Digital Curvelet Transform: Strategy, Implementation and Experiments”, in *Proc. Aerosense 2000, Wavelet Applications VII*, SPIE, Vol. 4056, pp. 12–29, (2000).
- [10] Donoho, D. L., y Flesia, A. G., “Digital Ridgelet Transform based on true Ridge Functions”, Technical Report, Stanford University, (2001).
- [11] Donoho, D. L., y Huo, X., “Beamlets and Multi-scale Image Analysis”, *Multiscaleñand Multiresolution Methods*, Springer Lecture Notes in Computational Science and Engineering (Editors T.J. Barth, T. Chan, and R. Haimes), Vol. 20, pp. 149–196, (2002).
- [12] Flesia, A. G., Hel-Or, H., Averbuch, A., Candès, E. J., Coifman, R. R., y Donoho, D. L., “Digital Implemen-

- tation of Ridgelet Packets”, Technical Report, Stanford University, (2002).
- [13] García, J., Zalevsky, Z., y Mendlovic, D., “Two-dimensional wavelet transform by wavelength multiplexing”, *Applied Optics*, Vol. 35, No. 35, pp. 7019–7024, Dec. (1996).
- [14] Mallat, S., *A Wavelet Tour of Signal Processing*, Academic Press, Second Edition, (1999).
- [15] Do, M. N., y Vetterli, M., “The Finite Ridgelet Transform for Image Representation”, *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol. 12, pp. 16–28, Jan. (2003).
- [16] Starck, J. L., Candès, E. J., y Donoho, D. L., “The Curvelet Transform for Image Denoising”, *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol. 11, pp. 670–684, Jun. (2002).
- [17] Starck, J. L., Donoho, D. L., y Candès, E. J., “Very High Quality Image Restoration by Combining Wavelets and Curvelets”, *Wavelet Applications in Signal and Image Processing IX*, A. Aldroubi, A. F. Laine, M. A. Unser eds., Proc. SPIE Vol. 4478, (2001).
- [18] Villa, J., Servín, M., y Castillo, L., “Profilometry for the measurement of 3-D object shapes based on regularized filters”, *Opt. Comm.*, Vol. 161, pp. 13–18, (1999).
- [19] Villa, J., De la Rosa, J. I., Miramontes, G., y Quiroga, J. A., “Phase recovery from a single fringe pattern using an orientational vector field regularized estimator”, *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 22, No. 12, pp. 2766–2773, Dec. (2005).

Acerca del autor o autores

Los autores son profesores adscritos al Laboratorio de Procesamiento Digital de Señales, U. A. de Ingeniería Eléctrica, Universidad Autónoma de Zacatecas, Zacatecas ZAC-98000. TEL: +(492)9239407, ext. 169 correo-e: ismaelrv@ieee.org



Imágenes tridimensionales publicitarias

Maria A. Araiza E., Claudia Sifuentes G.

Three-dimensional images advertising

Recibido: octubre 10, 2010

Aceptado: noviembre 19, 2010

Palabras clave: hologramas; publicidad; imágenes 3D

Abstract:

Optical holograms are difficult to counterfeit and are able to reconstruct a complete wavefront, ie a three dimensional image, this makes them very attractive for use, for example, in credit cards, on drugs, or in any advertisement. Today they are increasingly easy to find, but few people have an idea of what is a hologram and why they are increasingly used. So will be introduce shortly some concepts of holography and its importance.

Keywords: holograms; publicity; 3D images

EN 1948, Dennis Gabor [1] dio las bases experimentales de la holografía pero no fue sino hasta 1960 con el descubrimiento del láser que realmente nació la holografía y se le vió un futuro prometedor [2]. La holografía es una rama de la óptica que proviene de dos voces griegas “holos” todo, y “grafos” descripción [3], que significa grabar en su totalidad la información proveniente de un frente de onda, es decir la holografía es una técnica fotográfica que mediante el uso de un láser puede reconstruir o desplegar imágenes tridimensionales del objeto original por medio de la grabación total de frentes de onda en un dispositivo óptico [4], [5]. Por sus contribuciones al desarrollo de la ciencia y por la invención de la holografía, Dennis Gabor recibió en 1971 el premio Nobel de Física [6].

Los detectores físicos (por ejemplo placas o películas fotográficas) son sensibles solamente a la intensidad de una onda, pero no a la fase. Gabor encontró que el patrón de interferencia entre dos ondas de la misma frecuencia que coincidían en un mismo punto y al mismo tiempo, se veían afectados por las intensidades de las ondas individuales y la diferencia de fase entre ellas. Entonces la fase de una de ellas podía recuperarse tomando la otra como referencia y así mismo el total de la información contenida en ella. Al

dispositivo físico que resulta de grabar y recuperar la información total contenida en una onda se le llama holograma.

En los años cincuenta, un número de autores, incluyendo G. L. Roger [7], H. M. A. El - Sum [8] y A. Lohmann [9] extendieron significativamente la teoría de la reconstrucción de un frente de onda para imágenes tridimensionales, siendo ésta la idea fundamental de la holografía. Posteriormente, Leith y Upatnieks [10] propusieron que el haz de referencia estuviera inclinado respecto al plano de interferencia, así en la reconstrucción se podía recuperar la información prácticamente sin ruido; mejorando en tal forma el proceso, que la holografía a llegó a ser por casi dos décadas una de las áreas más importantes de la óptica debido a sus múltiples aplicaciones [5].

Existen diferentes tipos de hologramas, y por lo tanto diferentes formas de clasificarlos. Entre los diferentes tipo de holograma están los conocidos como: hologramas de reflexión, hologramas de transmisión u hologramas en línea. Ellos a su vez se distinguen entre sí por la forma en que fueron fabricados y la forma en que de ellos se puede recuperar y almacenar la información. De acuerdo al proceso de fabricación se encuentran los siguientes tipos de hologramas: los hologramas de absorción, de fase, de transmisión, de haz de referencia fuera de los ejes, de volumen, de reflexión, de imagen real, de imagen virtual, de multiplexado.

Cabe hacer notar que no sólo es posible recuperar imágenes tridimensionales, sino también imágenes bidimensionales, esto depende del tipo de holograma que se dese fabricar. Un ejemplo son los hologramas de Fourier, en donde se reconstruye la imagen original del objeto y su conjugado, las cuales son conocidas como imágenes gemelas. De este tipo de hologramas se hablará en otro momento.

Proceso de Fabricación y Reconstrucción

Se divide en dos etapas la fabricación de cualquier tipo de holograma: una conocida como grabado y la otra como reconstrucción. Algunas condiciones especiales para un buen resultado son: una mesa adecuada, cuarto oscuro, película o placa fotográfica de alta resolución y fuente de luz coherente como el láser. Además, de acuerdo al tipo del holograma que se vaya a fabricar, se implementa un arreglo o sistema óptico en donde se utilizan lentes y divisor de haz, entre otras cosas.

La idea fundamental de la holografía se basa en grabar la totalidad de dos frente de ondas en un dispositivo óptico, utilizando un haz de referencia perfectamente conocido para grabar y reconstruir la información. En forma más general es como sigue: un haz de luz láser se divide en dos haces por medio de un lente divisor (a los cuales se les conoce como haz objeto y haz de referencia), esto es, una parte del haz original va a través del vidrio y parte es reflejado en el mismo ángulo como su incidente, permitiendo tener uno de la infinidad de ángulos que el haz de referencia puede tener en relación al haz objeto dirigido al objeto (antes de ser reflejado por este último). Evitando con ello los inconvenientes de tener que mirar directamente hacia el haz en la etapa de reconstrucción de la imagen. El haz de referencia incide sobre la película, al mismo tiempo que el objeto refleja el haz objeto hacia la película. Figura 1 [4]. En el plano de la película se tiene una interferencia de los frentes de onda que inciden sobre ella, al patrón que forma se le conoce como patrones de interferencia o patrón de franjas, o franjas holográficas. La película es expuesta a este patrón de franjas, y posteriormente es revelado al igual que una película fotográfica, quedando grabado el patrón de franjas. El dispositivo (negativo) obtenido se le conoce como holograma, éste contiene información tanto de amplitud como de fase de los frentes de onda grabados en él.

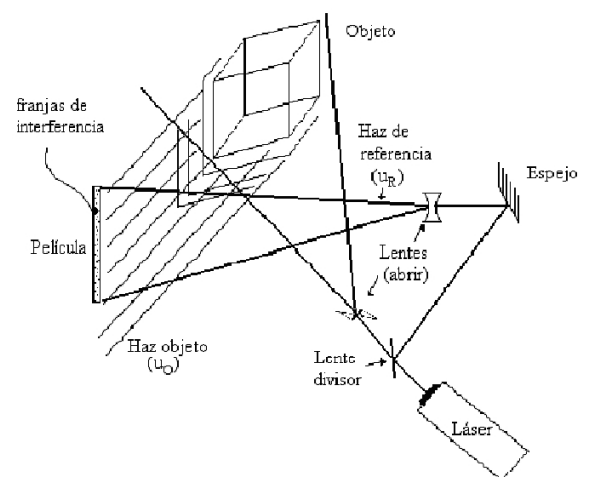


Figura 1. Proceso de grabado.

En el proceso de reconstrucción, al holograma se le hace incidir un haz similar al haz de referencia para recuperar la imagen grabada en el mismo. Dependiendo del sistema óptico utilizado en el grabado será el tipo de imagen tridi-

mensional [4] que se reconstruya. La Figura 2, muestra cómo podría ser el proceso de reconstrucción en forma muy general.

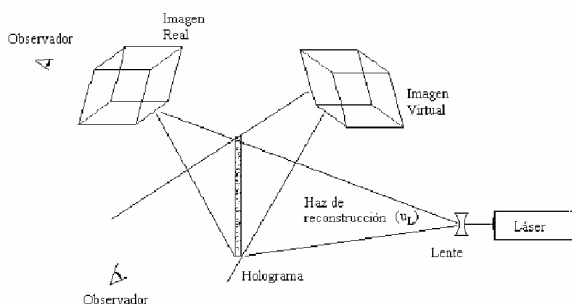


Figura 2. Proceso de reconstrucción.

Si la imagen reconstruida que se observa está entre el holograma y el observador, ésta es una imagen real del objeto. Si el holograma está entre la imagen reconstruida y el observador, ésta es una imagen virtual. Nótese que puede existir una parte del objeto que no se observa en la imagen tridimensional que se recupera y es aquella que no refleja luz sobre la película, durante el proceso de grabado.

Si el haz objeto fuera tan sencillo como el haz de referencia, el patrón de franjas que se grabaría en la película sería como el que se muestra en la Figura 3. El patrón de interferencia presenta una forma sinusoidal.

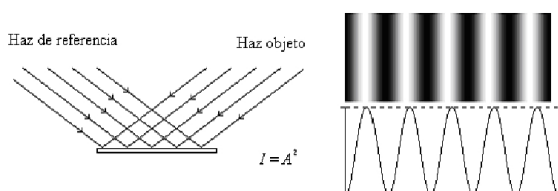


Figura 3. Patrón de interferencia de dos haces de luz planos.

Hologramas Multiplexado y de Imagen

Los hologramas multiplexados y de imagen son dos tipos de hologramas muy utilizados en la proyección de imágenes publicitarias.

Un holograma multiplexado es fabricado almacenando información fotográfica de forma holográfica. Teniéndose una etapa adicional a las antes mencionadas para la fabricación de un holograma. En la primera etapa son tomadas una serie de fotografías del objeto. El número de fotografías depende de cuantas vistas del objeto (a diferentes ángulos) se quiera en el holograma terminado. Por ejemplo si se quiere una vista de 360 grados del objeto, entonces se tomarán 3 marcos (o tomas) por grado de movimiento alrededor del objeto (usualmente la cámara permanece estacionaria y el objeto es rotado) teniendo un total de 1080 exposiciones (o tomas). Cuando la película es revelada, (se va al laboratorio holográfico), y con un láser se hace una serie de hologramas (del tamaño de una ranura), usando cada una de las fotografías tomadas como un objeto para cada ranura de la película holográfica. Las ranuras miden usualmente alrededor de un milímetro de ancho y son empaquetadas tan cerca una de la otra que no hay “espacio desperdiciado” entre ellas. Los hologramas son sometidos a un proceso de blanqueado, así que desaparecen (a la vista) las ranuras holográficas. Usualmente un holograma multiplexado no distingue un cambio aparente en la posición del objeto por variaciones de ángulo de observación en forma horizontal, pero no es lo mismo en forma vertical. Esto es, porque la cámara es la que se mueve alrededor del objeto (o el objeto se mueve alrededor de su eje enfrente de la cámara) y usualmente no se hacen tomas sobre el objeto. Además, psicológicamente para los humanos, una visión horizontal de las escenas es mucho más deseable que la falta de una visión vertical. El holograma multiplexado es usualmente hecho sobre películas flexibles, cubiertas con la misma emulsión que se utiliza en las placas holográficas. El procedimiento puede ser totalmente mecanizado, así que una máquina puede exponer un holograma de ranura por cada escena muy rápidamente. La ventaja de este tipo de hologramas es que se puede tener un holograma de casi todo, se puede capturar sobre películas ordinarias sin la necesidad de sistemas ópticos costosos. La desventaja es que no es un verdadero holograma sino que la información fotográfica es almacenada holográficamente. Esto lo coloca en un lugar muy importante de holografía publicitaria y de exhibición (o despliegue) [4].

Los hologramas de imagen también tienen una ventaja por la cual los hace ampliamente usadas en hologramas de exhibición (o despliegue), éstos pueden ser reconstruidos con “luz blanca ordinaria”. Un holograma de imagen puede ser

ya sea de reflexión o transmisión sin embargo, éste es más impresionante en el tipo de transmisión porque, a diferencia de un holograma de transmisión ordinario, la imagen del holograma de transmisión puede reconstruirse bien con una fuente de luz blanca sin filtro. El holograma de imagen puede ser formada colocando los lentes correctos entre el objeto (o escena a tomar) y el plano de la película holográfica. El objetivo es enfocar directamente la imagen del objeto sobre el plano de la película y un holograma es hecho de esa imagen enfocada. Este tipo de hologramas es muy agradable porque el objeto parece ir hacia el observador igual que la imagen real [4].

[10] E. N. Leith and J. Upatnieks, "Wavefronts Reconstruction with Diffused Illumination and Three - dimensional Object," J. Opt. Soc. Am., 54, 1295 (1964).

Bibliografía

- [1] D. Gabor, "A New Microscopic Principle," Nature 161 (1948) 777; Proc. Roy Soc. A197 (1949) 454; The Proc. Of the Phys. Soc. B64 (1951) 449.
- [2] E.N. Leith and J. Upatnieks, "Reconstructed Wavefronts and Communication Theory," J. Opt. Soc. Amer. 52, 1123 (1962).
- [3] Javier L. Collazo, Diccionario de Términos Enciclopédicos de Términos Técnicos Inglés-Español Español-Inglés en tres volúmenes, v.1, (McGraw Hill, México, 1980), pp. 540.
- [4] Christopher Outwater and Van Hamersveld, "Practical Holography," www.holo.com/holo/
- [5] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 2nda. Ed. (McGraw-Hill, New York, 1996) 198-254.
- [6] *Les Prix Nobel en 1971*, Editor Wilhelm Odelberg, [Nobel Foundation], Stockholm, 1972.
- [7] G. L. Rogers, "Gabor Diffraction Microscopy: The Hologram as a Generalized Zone Plate," Nature, 166, 237 (1950).
- [8] H. M. A. El - Sum, "Reconstructed Wavefront Microscopy," doctoral dissertation, Stanford University (1952).
- [9] A. Lohmann, "Optical Single - Sideband Transmission Applied to the Gabor Microscope," Opt. Acta, 3, 97 (1956).

Acerca del autor o autores

Los autores son profesores de la Facultad de ingeniería eléctrica de la Universidad Autónoma de Zacatecas, López Verlarde 801, Centro. Zacatecas Zac. 98000, México TEL: +(492)9239407, correo-e: gmiram2002@yahoo.com

INSTRUCCIONES PARA AUTORES

DIFU100ci@ (léase difuciencia) es una publicación cuatrimestral del Cuerpo Académico de Procesamiento e Instrumentación óptica, de la Facultad de Ingeniería Eléctrica, Universidad Autónoma de Zacatecas. Tiene como objetivo difundir conocimientos científicos y tecnológicos del área de la ingeniería, a través de artículos de divulgación y artículos que muestren temas de investigación. La revista cuenta con el Certificado de Reserva de Derecho al Uso Exclusivo del Título expedido por el INDAUTOR, Reserva: 04-2010-110314331900-102.

Los trabajos pueden ser clasificados, al menos, en tres categorías: Divulgación, Investigación, y Tutoriales.

Divulgación: Artículos que no necesariamente contienen resultados de proyectos de investigación propiamente. En esta sección también se podrán incluir trabajos que presenten nuevos enfoques a temas de investigación de modo que permitan ampliar su difusión.

Investigación: Se pueden incluir resultados de investigación aunque conservando el enfoque a la divulgación, es decir, no necesariamente con el rigor de un “paper”. Con ese enfoque se pretende motivar aun mayor número de lectores al hacerles llegar los nuevos tópicos que se estudian actualmente. Los trabajos sobre desarrollo tecnológico pueden ser considerados en esta categoría y se recomienda que un mayor número de trabajos correspondan a esa importante tarea.

Tutoriales: Se muestran temas novedosos, pero poco conocidos. O bien, nuevos enfoques a temas básicos, con un objetivo didáctico, de modo que permitan ampliar el conocimiento y motiven su aplicación en proyectos de ingeniería (desarrollo tecnológico). Página provisional de la Revista:

<http://www.uaz.edu.mx/gmiram/Revista.htm> **Sobre el formato del texto:** Los trabajos se pueden enviar en formato txt y las gráficas o figuras en formato jpg con buena resolución. De ser posible debe enviarse un solo archivo rar o zip que contenga tanto el texto como las figuras. En el caso de utilizar Word, se deberá enviar en formato .doc, sin utilizar macros (no se aceptará formato docx). También se aceptarán trabajos en formato OpenOffice. No se solicita ningún formato de página en especial, ya que el texto será llevado al formato de la revista. El trabajo debe incluir

1. Título y Lista de autores.
2. Resumen en un máximo de 200 palabras. El Resumen se utiliza como descripción del trabajo en el índice ampliado, y no aparece en el cuerpo del documento (ver algún número anterior como muestra).
3. Cuerpo del documento: El título de las Secciones será en MAYÚSCULAS, debidamente acentuadas. Las Subsecciones en minúsculas con la primera letra en mayúscula.
4. Las ecuaciones deberán indicarse lo más claramente posible, aun en formato txt. Por ejemplo: $H(\omega_1) = z^2 / (z - 0.5)$ where $z = e^{(j)\omega_1}$
5. Biografía de los autores. El lugar de adscripción se incluirá en una sección “acerca del autor” donde se podrá incluir una breve descripción del puesto que desempeña o ha desempeñado cada autor.

El autor principal deberá enviar debidamente llenado y firmado el formato de “cesión de derechos”, manifestando además que el trabajo no ha sido publicado previamente.

POLÍTICA EDITORIAL:

Los originales serán sometidos a un proceso editorial en varias fases. En primer lugar, los artículos recibidos serán objeto de una evaluación preliminar por parte del Comité Editorial, quien determinará la pertinencia de su publicación, con base a los requisitos temáticos. En la segunda fase, los artículos son enviados a dos pares académicos externos, quienes determinarán en forma anónima uno de los siguientes dictámenes: a) publicar sin cambios, b) publicar después de cumplir correcciones menores, c) publicar una vez que se haya revisado a fondo, d) rechazar. En caso de discrepancia entre los dos árbitros, el texto será enviado a un tercer árbitro, cuya decisión definirá si es aceptado o rechazado. Los resultados del proceso del dictamen son inapelables en todos los casos.

INSTRUCTIONS FOR AUTHORS

DIFU100ci@ (read difuciencia) is a quarterly publication of the Processing and Optical Instrumentation Academic Group, Faculty of Electrical Engineering, Universidad Autonoma de Zacatecas. It aims to disseminate scientific and technological knowledge in the field of engineering, through application oriented articles and articles showing research topics. The magazine has a certified copyright number for exclusive use of the title issued by INDAUTOR, Reserve: 04-2010-110314331900-102.

Aims and Scope: The articles can be classified in at least three categories: Divulgation, Research, and Tutorials.

Divulgation: The articles do not necessarily contain results of research projects themselves. This section will also include works that showcase new approaches to research subjects so as to broaden its distribution.

Research: The articles include research results while maintaining the focus on disclosure (divulgation), ie not necessarily with the rigor of a “paper”. This approach is intended to motivate even more to bring readers to the new topics that are studied today. Works on technological development can be considered in this category and it is recommended to have more articles related to this important task.

Tutorials: These include new issues, but little known. Alternatively, they may include new approaches to basic knowledge, with a didactic purpose, so that will expand knowledge and encourage its application in engineering/technological projects. Provisional Web site of the Magazine: <http://www.uaz.edu.mx/gmiram/Revista.htm>

Format for submmision: The work can be sent in .txt formats and graphics or pictures in .jpg format with good resolution. It will be acceptable to send a single .zip or .rar file containing both the text and figures. In the case of using word, it must be sent in .doc format without using macros (.docx format is not accepted). It will be also accepted as an OpenOffice file. It is not requested any page format, especially since the text will be brought to the format of the magazine.

The article should include:

1. Title.
2. List of authors.
3. Summary in a maximum of 200 words. The summary is used as the article description in the expanded index, and does not appear in the document body (see a previous issue as a sample).
4. Main body of document. The title of the section will be in UPPERCASE, properly spelled. Subsections must be written in lowercase with the first letter capitalized.
5. The equations should be indicated as clearly as possible, even in txt format. For example:
$$H(\omega_1) = z^2 / (z - 0.5) \text{ where } z = e^{(j)\omega_1}$$
6. Biography of the authors. The actual job position will be included in a section “about the author” which may include a brief description of the position played or had played each author.

The lead author must submit the duly completed and signed form of “transfer of rights”, saying that the work has not been published previously.

EDITORIAL POLICY:

Manuscripts will undergo an editorial process in several phases. First of all the items received will be subject to a preliminary assessment by the Editorial Committee, who will determine the relevance of its publication, based on thematic requirements. In the second phase, items are sent to two external academic peers, who determine anonymously one of the following opinions: a) accept unchanged, b) accept after serving minor corrections, c) accept once it has been fully reviewed, d) reject. In case of discrepancy between the two arbitrators, the text will be sent to a third arbitrator, whose decision will define if it is accepted or rejected. The results of the opinion process are final in all cases.

